

MATERI

1.1 Bilangan Prima

Definisi:

Bilangan bulat positif $p > 1$ merupakan bilangan prima jika hanya memiliki tepat dua faktor positif yaitu 1 dan p itu sendiri.

Sifat-sifat bilangan prima:

1. Bilangan prima genap hanya ada satu yaitu 2
2. Bilangan prima p hanya memiliki dua faktor positif yaitu 1 dan p
3. Jika p prima maka untuk sebarang bilangan asli n berlaku $p|n$ atau $FPB(p, n) = 1$
4. Jika bilangan prima p membagi n^2 untuk suatu bilangan asli n maka $p|n$
5. Jika bilangan prima p memenuhi $p|ab$ untuk a dan b bilangan asli maka $p|a$ atau $p|b$
6. Semua bilangan prima $p > 3$ memiliki bentuk $6k \pm 1$

1.2 Fungsi Tangga dan Fungsi Ceiling

Definisi:

Fungsi tangga $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil dari x .

Fungsi ceiling $\lceil x \rceil$ menyatakan bilangan bulat terkecil yang lebih besar dari x .

Contoh:

$$\lfloor 3,95 \rfloor = 3$$

$$\lceil 0,3 \rceil = 1$$

Contoh Soal:

Bilangan $2010! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2010$ habis dibagi oleh 7^k untuk suatu bilangan asli k tertentu. Tentukan

nilai maksimal dari k .

Solusi :

Di antara 2010 bilangan $1, 2, 3, \dots, 2010$ terdapat $\left\lfloor \frac{2010}{7} \right\rfloor = 287$ bilangan yang habis dibagi 7.

Jika $k_{maks} = 287$ maka akan ada bilangan kelipatan 7^2 yang faktor 7-nya hanya dihitung satu kali. Maka nilai k tersebut haruslah ditambahkan dengan $\left\lfloor \frac{2010}{7^2} \right\rfloor = 41$.

Tetapi faktor 7 dari bilangan kelipatan $7^3 = 343$ hanya dihitung dua kali padahal seharusnya tiga kali.

Maka hasil sebelumnya harus ditambahkan dengan $\left\lfloor \frac{2010}{7^3} \right\rfloor = 5$. Karena tidak ada bilangan kelipatan 7^4 dari 2010 bilangan tersebut maka perhitungan telah lengkap.

$$k_{maks} = \left\lfloor \frac{2010}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2010}{7^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2010}{7^3} \right\rfloor$$

$$k_{maks} = 333.$$

SOAL

- Misalkan n_1, n_2, n_3, \dots bilangan-bilangan asli yang membentuk barisan aritmatika. Banyaknya nilai di himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ yang mungkin menjadi nilai $n_{n_2} - n_{n_1}$ adalah ...
 - 11
 - 21
 - 31
 - 41
- Pada segilima beraturan ABCDE, diagonal-diagonalnya berpotongan di F, G, H, I dan J. Misalkan S_1 menyatakan luas segilima ABCDE dan S_2 menyatakan luas segilima FGHIJ. Jika $\frac{S_1}{S_2} = \frac{m-\sqrt{n}}{k}$, dengan k, m, n bilangan bulat positif dan n tidak memiliki faktor kuadrat selain 1, maka nilai dari $k + m + n$ adalah ...
 - $\frac{3+5\sqrt{7}}{2}$
 - $\frac{5+3\sqrt{7}}{2}$
 - $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$
 - $\frac{3+7\sqrt{5}}{2}$
- Untuk sembarang bilangan real x , notasi $[x]$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang tidak lebih dari x . Bilangan rasional negatif a dan b dikatakan couple jika memenuhi
$$[ab]^2 + [a + b - 1]^2 = 100$$
Bilangan bulat terkecil N yang memenuhi $[a^2 + b^2] \leq N$ untuk setiap couple a dan b adalah
 - 36
 - 37
 - 38
 - 39
- Segitiga ABC mempunyai panjang sisi $AB = 20$, $AC = 21$ dan $BC = 29$. Titik D dan E terletak pada segmen garis BC, dengan $BD = 8$ dan $EC = 9$. Besar $\angle DAE$ adalah ... derajat.
 - 15°
 - 30°

- c. 45°
- d. 60°

5. Diketahui barisan bilangan real $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ merupakan barisan geometri. Jika $a_1 + a_4 = 20$, maka nilai minimal dari

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$$

adalah

- a. 12
 - b. 13
 - c. 14
 - d. 15
6. Pada suatu limas segitiga ABCD, semua sisinya bentuknya sama, yaitu segitiga sama sisi dengan panjang sisi 3 satuan. Misalkan X adalah titik tengah BC dan Y adalah titik pada rusuk AD sehingga $AY = 2 YD$. Seekor semut berjalan di permukaan limas ABCD dari X ke Y. Jarak terdekat yang bisa ditempuh sang semut adalah
- a. $\frac{1}{2}\sqrt{31}$
 - b. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
 - c. $\frac{1}{31}\sqrt{2}$
 - d. $\frac{1}{31}\sqrt{31}$

7. Banyaknya semua bilangan bulat n yang memenuhi

$$p(n) = \frac{n^8 + n^7 + n^6 + 2n^5 + 2n^4 + 2n^3 + 2017}{n^2 - n + 1}$$

bulat adalah

- a. 1
 - b. 2
 - c. 4
 - d. 6
8. Bilangan real t sehingga terdapat dengan tunggal tripel bilangan real (x, y, z) yang memenuhi $x^2 + 2y^2 = 3z$ dan $x + y + z = t$ adalah ...
- a. $-\frac{9}{8}$
 - b. $-\frac{7}{8}$
 - c. $-\frac{5}{8}$

d. $-\frac{3}{8}$

9. Jika $(f \circ g)(x) = \frac{7x+3}{5x-9}$ dan $g(x) = 2x - 4$, maka nilai $f(1)$ adalah

- a. 4
- b. $\frac{41}{7}$
- c. 6
- d. $\frac{34}{7}$

10. Palindrom adalah bilangan yang sama dibaca dari depan atau dari belakang. Sebagai contoh 12321 dan 32223 merupakan palindrom. Palindrom 5 digit terbesar yang habis dibagi 303 adalah ...

- a. 47748
- b. 47784
- c. 47847
- d. 47874