

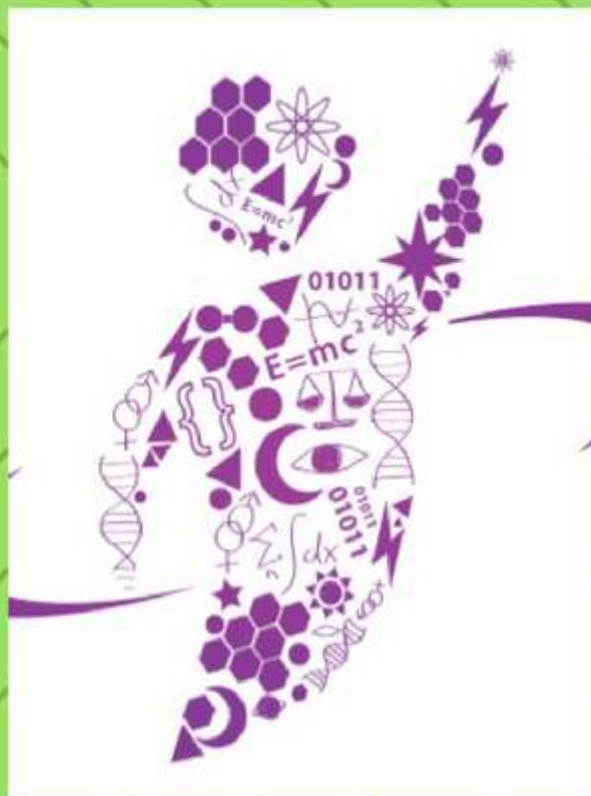
PAKET 4

PELATIHAN ONLINE

2019

**SMA
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

POLYNOMIAL

Bentuk umum dari polynomial adalah,

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

Derajat suatu sukubanyak dalam peubah x adalah pangkat tertinggi dari peubah x yang termuat dalam suku banyak tersebut.

a. Kesamaan suku banyak

Misalkan terdapat dua buah suku banyak $f(x)$ dan $g(x)$ yang dinyatakan dalam bentuk umum sebagai berikut :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

dan

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0$$

Kalau $f(x)$ sama dengan $g(x)$ (dapat ditulis $f(x) \equiv g(x)$) maka harus memenuhi

$$a_n = b_n ; a_{n-1} = b_{n-1} ; a_{n-2} = b_{n-2} ; \dots ; a_1 = b_1 ; a_0 = b_0$$

b. Pembagian suku banyak

Pembagian $f(x)$ oleh $p(x)$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$f(x) = p(x) \cdot g(x) + s(x)$$

dengan

$f(x)$ adalah suku banyak yang akan dibagi

$p(x)$ adalah pembagi

$g(x)$ adalah hasil bagi

$s(x)$ adalah sisa pembagian

Sebagaimana dalam pembagian bilangan, persyaratan $s(x)$ adalah bahwa pangkat tertinggi (derajat) dari $s(x)$ harus kurang dari $p(x)$.

Cara pembagian dalam suku banyak pun mengikuti pembagian dalam bilangan.

c. Teorema sisa

Dari penjelasan sebelumnya telah kita dapatkan bahwa

$$f(x) = p(x) \cdot g(x) + s(x)$$

Jika diambil $p(x) = x - k$ maka akan didapat $f(x) = (x - k) \cdot g(x) + s$

Jika diambil $x = k$ maka didapat $f(k) = s$

Jadi, didapat suatu teorema bahwa jika suku banyak $f(x)$ dibagi oleh $x - k$ maka sisanya adalah $f(k)$.

Teorema di atas dikenal dengan nama teorema sisa atau dalil sisa.

Lebih lanjut dengan cara yang sama didapat bahwa jika $f(x)$ dibagi $(ax + b)$ maka sisanya adalah $f\left(-\frac{b}{a}\right)$.

Contoh soal:

Tentukan sisanya jika $f(x) = x^4 - 6x^3 - 6x^2 + 8x + 6$ dibagi $x - 2$

Solusi :

Dengan teorema sisa akan didapat sisa jika $f(x)$ dibagi $x - 2$ adalah $f(2)$.

$$\text{Sisa} = f(2) = 2^4 - 6 \cdot 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 + 6 = -34.$$

Jadi, sisa jika $f(x) = x^4 - 6x^3 - 6x^2 + 8x + 6$ dibagi $x - 2$ adalah -34 .

d. Teorema faktor

Pengertian faktor dalam suku banyak dapat dinyatakan dalam bentuk teorema faktor berikut :

Misalkan $f(x)$ adalah suku banyak. $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$ jika dan hanya jika $f(k) = 0$

Perhatikan bahwa pernyataan di atas merupakan biimplikasi. Sehingga pernyataan di atas memiliki arti :

(1) Jika $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$ maka $f(k) = 0$

(2) Jika $f(k) = 0$ maka $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$

Pada contoh di atas memiliki arti juga bahwa k adalah merupakan akar-akar persamaan $f(x) = 0$.

Jika $f(x)$ merupakan suku banyak dalam derajat n maka ada paling banyak n buah akar real persamaan $f(x) = 0$.

e. Teorema Vieta

Jika $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ adalah polinomial dengan pembuat nol : $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ (dengan kata lain $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah akar-akar $p(x) = 0$) maka hubungan-hubungan berikut berlaku :

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots + x_2 x_3 + x_2 x_4 + \dots + x_{n-1} x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n}$$

$$x_1 x_2 x_3 + x_1 x_3 x_4 + \dots + x_2 x_3 x_4 + x_2 x_4 x_5 + \dots + x_{n-2} x_{n-1} x_n = -\frac{a_{n-3}}{a_n}$$

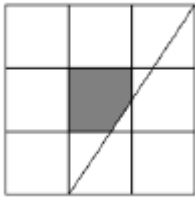
$$x_1 x_2 x_3 \dots x_{n-1} x_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}$$

SOAL

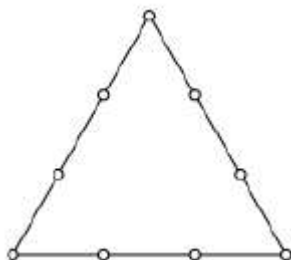
1. Pada segitiga ABC sama kaki dengan puncak A , AD adalah garis tinggi dengan D pada sisi BC . Titik E adalah titik pada AC sehingga DE garis tinggi segitiga ADC . Jika $AD = 2$ dan $BC = 2$, maka nilai dari $AE : EC$ adalah
 - a. 4
 - b. 3
 - c. 2
 - d. 1
2. Misalkan $ABCD$ adalah trapesium siku-siku dengan AB sejajar DC ($AB > DC$) dan AB tegak lurus AD . Misalkan juga P adalah titik potong diagonal AC dan BD . Jika perbandingan luas segitiga APD dan luas trapesium $ABCD$ adalah $4 : 25$ maka nilai $\frac{AB}{DC}$ adalah
 - a. 3
 - b. 4
 - c. 1
 - d. 2
3. Parabola $y = ax^2 - 4$ dan $y = 8 - bx^2$ memotong sumbu koordinat pada tepat empat titik. Keempat titik tersebut merupakan titik-titik sudut layang-layang dengan luas 24. Nilai $(a + b)^2$ adalah
 - a. 9
 - b. 7
 - c. 5
 - d. 3
4. Bilangan prima terbesar yang dapat dinyatakan dalam bentuk $a^4 + b^4 + 13$ untuk suatu bilangan-bilangan prima a dan b adalah
 - a. 657
 - b. 759
 - c. 697
 - d. 719
5. Jika $m = 2016^2 + 2^{2016}$, maka digit satuan dari $(m + 1)^2 + 2^{\frac{m}{2}}$ adalah

- a. 7
- b. 5
- c. 9
- d. 6

6. Diberikan persegi berukuran 3×3 satuan seperti pada gambar. Luas segilima yang diarsir adalah



- a. $\frac{11}{12}$
 - b. $\frac{3}{5}$
 - c. 1
 - d. $\frac{9}{10}$
7. Suatu bilangan asli mempunyai 2017 pembagi positif yang salah satu diantaranya adalah 7. Bilangan yang dimaksud adalah ...
- a. 7^{2016}
 - b. 14^{1008}
 - c. 2017^7
 - d. 7^{2017}
8. Diberikan sembilan titik pada bidang yang membentuk segitiga sama sisi seperti pada gambar. Pada tiap sisi, dua titik yang bukan titik sudut segitiga membagi sisi menjadi tiga bagian sama panjang. Kesembilan titik ini akan diwarnai masing-masing dengan warna merah atau biru. Peluang bahwa dari kesembilan titik tersebut, terdapat tiga titik yang warnanya sama dan membentuk segitiga siku-siku adalah



- a. $\frac{1}{2}$

- b. $\frac{2}{3}$
c. 1
d. $\frac{1}{3}$
9. Setiap kotak pada papan catur berukuran $n \times n$ akan diwarnai dengan tiga warna. Pewarnaan dilakukan dengan syarat bahwa setiap kotak berukuran 1×3 atau 3×1 mempunyai 3 warna yang berbeda. Banyaknya cara pewarnaan yang berbeda adalah ...
- a. 24
b. 18
c. 12
d. 28
10. Panjang sisi-sisi dari segitiga merupakan bilangan asli yang berurutan. Diketahui bahwa garis berat dari segitiga tegak lurus dengan salah satu garis baginya. Sisi terpanjang segitiga itu adalah
- a. 6
b. 5
c. 4
d. 3