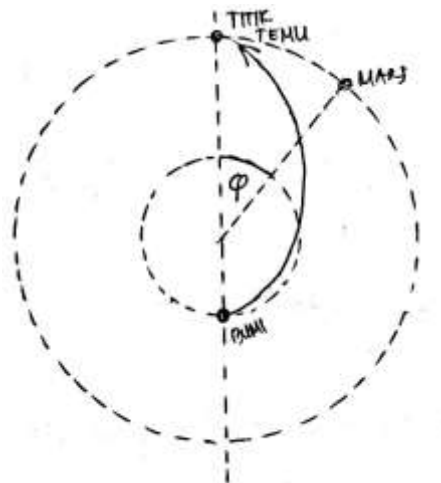


PEMBAHASAN PAKET 12

1. Satelit akan berpindah orbit (transfer orbit Hohmann) pada lintasan Mars dan tepat mengenai Mars. Perhatikan diagram dibawah ini



Waktu yang ditempuh satelit dari R_1 menuju R_2 merupakan setengah periode lintasan elips dengan sumbu semi mayor sebesar $a = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^3}{8GM}}$$

Maka, waktu tempuh satelit adalah

$$t = \frac{1}{2}T = \pi \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^3}{8GM}}$$

Sedangkan sudut φ adalah besar sudut yang ditempuh oleh Mars dengan waktu yang sama dengan satelit, t . Kecepatan angular dari Mars

$$F_r = 0$$

$$\frac{GMm}{R_2^2} = m\omega^2 R_2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}}$$

Maka, besar sudut φ (dalam radian) adalah

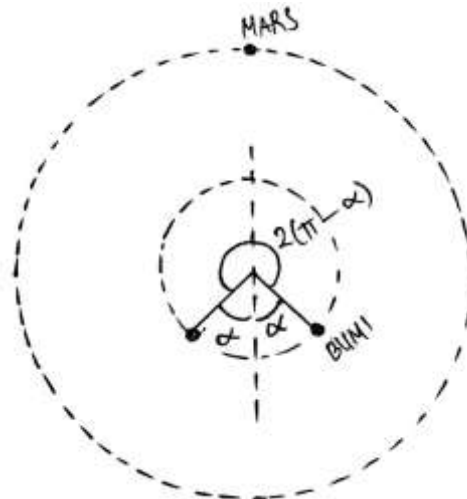
$$\varphi = \omega t = \pi \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^3}{8GM}} \sqrt{\frac{GM}{R_2^3}} = \pi \left(\frac{R_1 + R_2}{8R_2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Dalam proses transfer orbit satelit, Bumi tidak diam ditempat melainkan tetap bergerak dengan kecepatan orbitnya terhadap Matahari. Namun satelit diam ditempat di posisi dia menabrak Mars.

(a)

2. Dalam mencari waktu penungguan Mars, kita juga harus mencari pergerakan Bumi (kecepatan angular). Karena analog dengan Mars, didapatkan

$$\omega_E = \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}}$$



Selama satelit pindah ke Mars, Bumi juga bergerak dan sudah menempuh sudut sebesar α

$$\alpha = \omega_E t = \pi \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^3}{8GM}} \sqrt{\frac{GM}{R_1^3}}$$

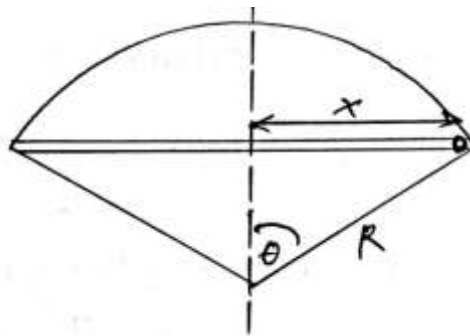
Jika gambar pergerakannya diperhatikan, terdapat sisa sudut sebesar $\theta = 2(\pi - \alpha)$. Waktu untuk menempuh sudut inilah yang harus ditunggu oleh satelit.

$$t_{wait} = \frac{\theta}{\omega_E} = \frac{2(\pi - \alpha)}{\sqrt{\frac{GM}{R_1^3}}}$$

$$t_{wait} = \frac{2\pi \left(1 - \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^3}{8R_1^3}} \right)}{\sqrt{\frac{GM}{R_1^3}}}$$

(b)

3. Perhatikan gambar dibawah ini.



Akan terdapat konsep fisika osilasi dan gravitasi juga.

$$F_{\text{pemulih}} = m\ddot{x}$$

$$-mg \sin \theta = m\ddot{x}$$

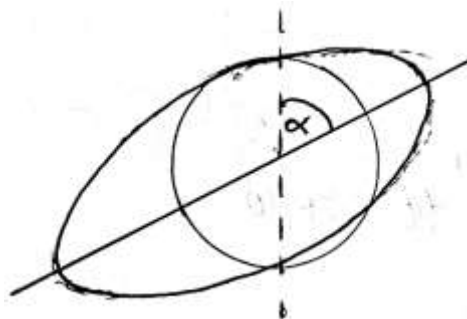
$$-\frac{g}{R}x = \ddot{x}$$

Maka, waktu yang dibutuhkan untuk sampai pada San Fransisco adalah

$$t = \frac{1}{2}T = \pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

(a)

4. Sudut α adalah sudut dibentuk oleh semi mayor terhadap posisi satelit saat penambahan Δv . Perhatikan gambar dibawah ini.



Yang perlu diperhatikan adalah momentum angular dari sistem MBL ini kekal (karena penambahan Δv bersifat radial/tidak tangensial). Jelas sekali bahwa bentuk orbit baru merupakan elips. Maka, $\alpha = 90^\circ$

(d)

5. Untuk menemukan periode orbit baru, perlu beberapa tahap untuk menyelesaikannya. Pertama, mencari eksentrisitas dari elips terlebih dahulu. Diketahui bahwa laktus rectum dari elipsnya bernilai R_0 . Gunakan geometri fisika elips (aphelion akan dinotasikan sebagai R_a dan perihelion akan dinotasikan sebagai R_p)

$$R_a = \frac{L}{1 - \varepsilon} = \frac{R}{1 - \varepsilon}$$

$$R_p = \frac{L}{1 + \varepsilon} = \frac{R}{1 + \varepsilon}$$

Maka, sumbu semi mayor orbit baru adalah

$$a = \frac{1}{2}(R_a + R_p) = \frac{L}{1 - \varepsilon^2} = \frac{R}{1 - \varepsilon^2}$$

Gunakan Teorema Hohmann

$$\begin{aligned}v^2 &= GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \\v^2(R) = (v_0^2 + \Delta v^2) &= GM \left(\frac{2}{R} - \frac{1 - \varepsilon^2}{R} \right) = \frac{GM}{R} (1 + \varepsilon^2) \\(v_0^2 + \Delta v^2) &= \frac{GM}{R} (1 + \varepsilon^2) \\ \varepsilon &= \frac{\Delta v}{v_0}\end{aligned}$$

Dengan mengetahui eksentrisitas, kita juga dapat mengetahui besar sumbu semi mayor a

$$a = \frac{R}{1 - \varepsilon^2} = \frac{R}{1 - \left(\frac{\Delta v}{v_0}\right)^2}$$

Maka, periode baru satelit adalah

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} \left(\frac{R_0}{1 - \left(\frac{\Delta v}{v_0}\right)^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

(a)

6. *Escape velocity* yang dimaksud adalah kecepatan untuk keluar dari pengaruh gravitasi, hanya saja dalam lintasan elips. Perlu diketahui, lintasan yang tidak akan pernah balik lagi adalah lintasan yang berbentuk hiperbola, dengan kondisi $\varepsilon > 1$

$$\begin{aligned}1 < \varepsilon &= \frac{\Delta v}{v_0} \\v_0 < \Delta v\end{aligned}$$

Maka, Δv minimum agar kondisi hiperbola tercapai adalah $\Delta v = v_0$

(e)

7. *Escape velocity* pada hal ini adalah kesetaraan energi untuk lepas dari pengaruh gravitasi

$$\begin{aligned}E_{total} &= 0 \\ \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} &= 0\end{aligned}$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

(d)

8. Sesuai pada pergerakan bintang ganda, dua massa yang bergerak pada pusat massa sistem akan bergerak orbit dengan periode yang sama. Sumbu semi mayor sistem adalah

$$2a = R_1 + R_2$$

Sesuai persamaan yang universal, kita akan gunakan massa campuran, dikarenakan m_1 dan m_2 tidak dapat diabaikan.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{8G(m_1 + m_2)}} = 2\pi \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^3}{8G(m_1 + m_2)}}$$

(b)

9. Karena pergerakan bintang ganda mempunyai periode yang sama, maka periodenya juga sebesar

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^3}{8G(m_1 + m_2)}}$$

(b)

10. Kita akan lakukan proyeksi masing-masing gaya gravitasi yang pada arah radial saja. Gaya tersebut merupakan gaya yang akan menahan gaya sentripetal yang diakibatkan gerakan rotasi.

Jarak M dari pusat rotasi

$$r = \frac{2}{3}L \sin 60^\circ = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3}L = \frac{\sqrt{3}}{3}L$$

Persamaan gaya

$$\frac{Mv^2}{r} = 2 \left(\frac{GMM}{L^2} \sin 60^\circ \right)$$
$$v = \sqrt{\frac{GM}{L}}$$

(e)