

70 SOAL DAN PEMBAHASAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

A. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel dengan Metode Substitusi

1. Diketahui persamaan bidang $D \equiv 3x + 4y - z = 12$. Apakah titik-titik berikut terletak pada bidang D?
- $(0, 4, 5)$
 - $(1, 0, -9)$
 - $(3, 1, -2)$
 - $(4, 1, -4)$

Pembahasan

Untuk mengetahui titik terletak pada bidang dengan mengganti nilai x, y dan z ke dalam persamaan bidang. Jika menghasilkan pernyataan yang benar, maka titik tersebut terletak pada bidang

- $(0, 4, 5)$

$$3 \cdot 0 + 4 \cdot 4 - 5 = 12$$

$$\Leftrightarrow 0 + 16 - 5 = 12$$

$$\Leftrightarrow 11 = 12 \quad \text{pernyataan salah. Jadi, titik } (0, 4, 5) \text{ tidak terletak pada bidang D}$$
- $(1, 0, -9)$

$$3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 - (-9) = 12$$

$$\Leftrightarrow 3 + 0 + 9 = 12$$

$$\Leftrightarrow 12 = 12 \quad \text{pernyataan benar. Jadi, titik } (1, 0, -9) \text{ terletak pada bidang D}$$
- $(3, 1, -2)$

$$3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 - (-2) = 12$$

$$\Leftrightarrow 9 + 4 + 2 = 12$$

$$\Leftrightarrow 15 = 12 \quad \text{pernyataan salah. Jadi, titik } (3, 1, -2) \text{ tidak terletak pada bidang D}$$
- $(4, 1, -4)$

$$3 \cdot 4 + 4 \cdot 1 - (-4) = 12$$

$$\Leftrightarrow 12 + 4 + 4 = 12$$

$$\Leftrightarrow 20 = 12 \quad \text{pernyataan salah. Jadi, titik } (4, 1, -4) \text{ tidak terletak pada bidang D}$$

2. Diketahui sistem persamaan:
$$\begin{cases} ax + by + cz = -3 \\ by + cz = 2 \\ cz = -6 \end{cases}$$

Tentukan nilai a, b , dan c sehingga sistem persamaan tersebut mempunyai penyelesaian $(-1, 2, -3)$

Pembahasan

$$ax + by + cz = -3 \quad \dots (1)$$

$$by + cz = 2 \quad \dots (2)$$

$$cz = -6 \quad \dots (3)$$

Penyelesaian sistem persamaan tersebut adalah $(-1, 2, -3)$ maka nilai $x = -1, y = 2$ dan $z = -3$. Sehingga dapat disubstitusikan ke dalam persamaan.

Substitusi $z = -3$ ke dalam persamaan (3)

$$cz = -6 \Leftrightarrow c(-3) = -6 \Leftrightarrow c = 2$$

Substitusi $y = 2$ dan $cz = -6$ ke dalam persamaan (2)

$$by + cz = 2$$

$$\Leftrightarrow b \cdot 2 + (-6) = 2$$

$$\Leftrightarrow 2b - 6 = 2$$

$$\Leftrightarrow 2b = 8$$

$$\Leftrightarrow b = 4$$

Substitusi $by + cz = 2$ dan $x = -1$ ke persamaan (1)

$$ax + by + cz = -3$$

$$\Leftrightarrow ax + by + cz = -3$$

$$\Leftrightarrow ax + 2 = -3$$

$$\Leftrightarrow ax = -5$$

$$\Leftrightarrow a \cdot (-1) = -5$$

$$\Leftrightarrow a = 5$$

Jadi, nilai $a = 5$, $b = 4$ dan $c = 2$

3. Tentukan penyelesaian SPLTV berikut dengan metode substitusi

$$\begin{cases} 3x - y - 2z = 15 \\ x + 5y - z = 12 \\ 2x + 7y + z = 6 \end{cases}$$

Pembahasan

$$3x - y - 2z = 15 \quad \dots (1)$$

$$x + 5y - z = 12 \quad \dots (2)$$

$$2x + 7y + z = 6 \quad \dots (3)$$

Isolasi y dari persamaan (1), sehingga diperoleh

$$3x - y - 2z = 15$$

$$\Leftrightarrow y = 3x - 2z - 15 \quad \dots (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$x + 5y - z = 12$$

$$\Leftrightarrow x + 5(3x - 2z - 15) - z = 12$$

$$\Leftrightarrow x + 15x - 10z - 75 - z = 12$$

$$\Leftrightarrow 16x - 11z = 87 \quad \dots (5)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$2x + 7y + z = 6$$

$$\Leftrightarrow 2x + 7(3x - 2z - 15) + z = 6$$

$$\Leftrightarrow 2x + 21x - 14z - 105 + z = 6$$

$$\Leftrightarrow 23x - 13z = 111 \quad \dots (6)$$

Isolasi z dari persamaan (5)

$$16x - 11z = 87$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(16x-87)}{11} \quad \dots (7)$$

Substitusi persamaan (7) ke dalam persamaan (6)

$$23x - 13z = 111$$

$$\Leftrightarrow 23x - 13 \frac{(16x - 87)}{11} = 111$$

$$\Leftrightarrow 253x - 13(16x - 87) = 1221$$

$$\Leftrightarrow 253x - 208x + 1131 = 1221$$

$$\Leftrightarrow 45x = 1221 - 1131$$

$$\Leftrightarrow 45x = 90$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Substitusi $x = 2$ ke dalam persamaan (7)

$$z = \frac{(16x - 87)}{11}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(16.2 - 87)}{11}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(32 - 87)}{11}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-55}{11}$$

$$\Leftrightarrow z = -5$$

Substitusi $x = 2$ dan $z = -5$ ke dalam persamaan (4)

$$\Leftrightarrow y = 3x - 2z - 15$$

$$\Leftrightarrow y = 3.2 - 2(-5) - 15$$

$$\Leftrightarrow y = 6 + 10 - 15$$

$$\Leftrightarrow y = 1$$

Jadi, penyelesaian $x = 2, y = 1$ dan $z = -5$

4. Tentukan penyelesaian SPLTV berikut dengan metode substitusi

$$\begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$

Pembahasan

$$x - y + 2z = -5 \quad \dots (1)$$

$$2x + y + z = -1 \quad \dots (2)$$

$$x + y - z = 3 \quad \dots (3)$$

Isolasi x dari persamaan (1), sehingga diperoleh

$$x - y + 2z = -5$$

$$\Leftrightarrow x = -5 + y - 2z \quad \dots (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$2x + y + z = -1$$

$$\Leftrightarrow 2(-5 + y - 2z) + y + z = -1$$

$$\Leftrightarrow -10 + 2y - 4z + y + z = -1$$

$$\Leftrightarrow 3y - 3z = 9 \quad \dots (5)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$x + y - z = 3$$

$$\Leftrightarrow (-5 + y - 2z) + y - z = 3$$

$$\Leftrightarrow 2y - 3z - 5 = 3$$

$$\Leftrightarrow 2y - 3z = 8 \quad \dots (6)$$

Isolasi y dari persamaan (5), sehingga diperoleh

$$3y - 3z = 9$$

$$\Leftrightarrow 3y = 9 + 3z$$

$$\Leftrightarrow y = 3 + z \quad \dots (7)$$

Substitusi persamaan (7) ke dalam persamaan (6)

$$2y - 3z = 8$$

$$\Leftrightarrow 2(3 + z) - 3z = 8$$

$$\Leftrightarrow 6 + 2z - 3z = 8$$

$$\Leftrightarrow -z = 8 - 2$$

$$\Leftrightarrow z = -2$$

Substitusi $z = -2$ ke dalam persamaan (7)

$$y = 3 + z$$

$$\Leftrightarrow y = 3 + (-2)$$

$$\Leftrightarrow y = 1$$

Substitusi $y = 1$ dan $z = -2$ ke dalam persamaan (4)

$$x = -5 + y - 2z$$

$$\Leftrightarrow x = -5 + 1 - 2(-2)$$

$$\Leftrightarrow x = -5 + 1 + 4$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

Jadi, penyelesaian $x = 0, y = 1$ dan $z = -2$

5. Tentukan penyelesaian SPLTV berikut dengan metode substitusi

$$\begin{cases} 4x - 3y + z = 19 \\ 3x - 2y - 2z = 16 \\ x + 5y + 7z = -25 \end{cases}$$

Pembahasan

$$4x - 3y + z = 19 \quad \dots (1)$$

$$3x - 2y - 2z = 16 \quad \dots (2)$$

$$x + 5y + 7z = -25 \quad \dots (3)$$

Isolasi z dari persamaan (1), sehingga diperoleh

$$4x - 3y + z = 19$$

$$\Leftrightarrow z = 19 - 4x + 3y \quad \dots (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$3x - 2y - 2z = 16$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y - 2(19 - 4x + 3y) = 16$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y - 38 + 8x - 6y = 16$$

$$\Leftrightarrow 11x - 8y = 54 \quad \dots (5)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$x + 5y + 7z = -25$$

$$\Leftrightarrow x + 5y + 7(19 - 4x + 3y) = -25$$

$$\Leftrightarrow x + 5y + 133 - 28x + 21y = -25$$

$$\Leftrightarrow -27x + 26y = -158 \quad \dots (6)$$

Isolasi y dari persamaan (5)

$$11x - 8y = 54$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{(11x-54)}{8} \quad \dots (7)$$

Substitusi persamaan (7) ke dalam persamaan (6)

$$-27x + 26y = -158$$

$$\Leftrightarrow -27x + 26 \frac{(11x - 54)}{8} = -158$$

$$\Leftrightarrow -216x + 26(11x - 54) = -1264$$

$$\Leftrightarrow -216x + 286x - 1404 = -1264$$

$$\Leftrightarrow 70x = -1264 + 1404$$

$$\Leftrightarrow 70x = 140$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{70}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Substitusi $x = 2$ ke dalam persamaan (7)

$$y = \frac{(11x - 54)}{8}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{(11 \cdot 2 - 54)}{8}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{(22 - 54)}{8}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-32}{8}$$

$$\Leftrightarrow y = -4$$

Substitusi $x = 2$ dan $y = -4$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow z &= 19 - 4x + 3y \\ \Leftrightarrow z &= 19 - 4 \cdot 2 + 3(-4) \\ \Leftrightarrow z &= 19 - 8 - 12 \\ \Leftrightarrow y &= -1 \end{aligned}$$

Jadi, penyelesaian $x = 2, y = -4$ dan $z = -1$

6. Tentukan penyelesaian SPLTV berikut dengan cara substitusi

$$\begin{cases} a + 2b + 3c = 8 \\ 2a + 2b + 4c = 10 \\ 2a + 4b + 2c = 4 \end{cases}$$

Pembahasan

$$\begin{aligned} a + 2b + 3c &= 8 \dots (1) \\ 2a + 2b + 4c = 10 &\Leftrightarrow a + b + 2c = 5 \dots (2) \\ 2a + 4b + 2c = 4 &\Leftrightarrow a + 2b + c = 2 \dots (3) \end{aligned}$$

Dari persamaan (1)

$$\begin{aligned} a + 2b + 3c &= 8 \\ \Leftrightarrow a &= 8 - 2b - 3c \dots (4) \end{aligned}$$

substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$\begin{aligned} a + b + 2c &= 5 \\ \Leftrightarrow (8 - 2b - 3c) + b + 2c &= 5 \\ \Leftrightarrow -b - c &= -3 \dots (5) \end{aligned}$$

substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$\begin{aligned} a + 2b + c &= 2 \\ \Leftrightarrow (8 - 2b - 3c) + 2b + c &= 2 \\ \Leftrightarrow -2c &= -6 \\ \Leftrightarrow c &= 3 \end{aligned}$$

substitusi $c = 3$ ke persamaan (5)

$$\begin{aligned} -b - c &= -3 \\ \Leftrightarrow -b - 3 &= -3 \\ \Leftrightarrow -b &= -3 + 3 \\ \Leftrightarrow -b &= 0 \\ \Leftrightarrow b &= 0 \end{aligned}$$

substitusi $b = 0$ dan $c = 3$ ke persamaan (1)

$$\begin{aligned} a + 2b + 3c &= 8 \\ \Leftrightarrow a + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 3 &= 8 \\ \Leftrightarrow a + 0 + 9 &= 8 \\ \Leftrightarrow a + 9 &= 8 \\ \Leftrightarrow a &= 8 - 9 \\ \Leftrightarrow a &= -1 \end{aligned}$$

Jadi, penyelesaian $a = -1, b = 0$ dan $c = 3$

7. Tentukan himpunan penyelesaian SPLTV berikut dengan metode substitusi

$$\begin{cases} 7x - 3y + 2z = 16 \\ 2x - 5y + 3z = 43 \\ 5x + y + 5z = 31 \end{cases}$$

Pembahasan

$$\begin{aligned} 7x - 3y + 2z &= 16 && \dots (1) \\ 2x - 5y + 3z &= 43 && \dots (2) \\ 5x + y + 5z &= 31 && \dots (3) \end{aligned}$$

Isolasi y dari persamaan (3), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} 5x + y + 5z &= 31 \\ \Leftrightarrow y &= 31 - 5x - 5z && \dots (4) \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (1)

$$\begin{aligned} 7x - 3y + 2z &= 16 \\ \Leftrightarrow 7x - 3(31 - 5x - 5z) + 2z &= 16 \\ \Leftrightarrow 7x - 93 + 15x + 15z + 2z &= 16 \\ \Leftrightarrow 22x + 17z &= 109 \quad \dots (5) \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$\begin{aligned} 2x - 5y + 3z &= 43 \\ \Leftrightarrow 2x - 5(31 - 5x - 5z) + 3z &= 43 \\ \Leftrightarrow 2x - 155 + 25x + 25z + 3z &= 43 \\ \Leftrightarrow 27x + 28z &= 198 \quad \dots (6) \end{aligned}$$

Isolasi z dari persamaan (5)

$$\begin{aligned} 22x + 17z &= 109 \\ \Leftrightarrow z &= \frac{(109-22x)}{17} \quad \dots (7) \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (7) ke dalam persamaan (6)

$$\begin{aligned} 27x + 28z &= 198 \\ \Leftrightarrow 27x + 28 \frac{(109 - 22x)}{17} &= 198 \\ \Leftrightarrow 459x + 28(109 - 22x) &= 3366 \\ \Leftrightarrow 459x + 3052 - 616x &= 3366 \\ \Leftrightarrow -157x &= 314 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{314}{-157} \\ \Leftrightarrow x &= -2 \end{aligned}$$

Substitusi $x = -2$ ke dalam persamaan (7)

$$\begin{aligned} z &= \frac{(109 - 22x)}{17} \\ \Leftrightarrow z &= \frac{(109 - 22 \cdot (-2))}{17} \\ \Leftrightarrow z &= \frac{(109 + 44)}{17} \\ \Leftrightarrow z &= \frac{153}{17} \\ \Leftrightarrow z &= 9 \end{aligned}$$

Substitusi $x = -2$ dan $z = 9$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{aligned} y &= 31 - 5x - 5z \\ \Leftrightarrow y &= 31 - 5(-2) - 5 \cdot 9 \\ \Leftrightarrow y &= 31 + 10 - 45 \\ \Leftrightarrow y &= -4 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(-2, -4, 9)\}$

8. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ 3x - y + 2z = -5 \\ x + 2y + 2z = 5 \end{cases}$$

Tentukan penyelesaian dengan cara substitusi

Pembahasan

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 4 \quad \dots (1) \\ 3x - y + 2z &= -5 \quad \dots (2) \\ x + 2y + 2z &= 5 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

Persamaan (1) diubah sehingga diperoleh

$$2x + y + z = 4$$

$$\Leftrightarrow y = 4 - 2x - z \dots (4)$$

Substitusikan persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$3x - y + 2z = -5$$

$$\Leftrightarrow 3x - (4 - 2x - z) + 2z = -5$$

$$\Leftrightarrow 3x - 4 + 2x + z + 2z = -5$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2x + z + 2z = -5 + 4$$

$$\Leftrightarrow 5x + 3z = -1 \dots (5)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$x + 2y + 2z = 5$$

$$\Leftrightarrow x + 2(4 - 2x - z) + 2z = 5$$

$$\Leftrightarrow x + 8 - 4x - 2z + 2z = 5$$

$$\Leftrightarrow -3x + 8 = 5$$

$$\Leftrightarrow -3x = 5 - 8$$

$$\Leftrightarrow -3x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \dots (6)$$

Substitusi $x = 1$ ke dalam persamaan (5)

$$\Leftrightarrow 5x + 3z = -1$$

$$\Leftrightarrow 5.1 + 3z = -1$$

$$\Leftrightarrow 5 + 3z = -1$$

$$\Leftrightarrow 3z = -1 - 5$$

$$\Leftrightarrow 3z = -6$$

$$\Leftrightarrow z = -2$$

Substitusi $x = 1$ dan $z = -2$ ke dalam persamaan (4)

$$y = 4 - 2x - z$$

$$\Leftrightarrow y = 4 - 2.1 - (-2)$$

$$\Leftrightarrow y = 4 - 2 + 2$$

$$\Leftrightarrow y = 4$$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1, y = 4,$ dan $z = -2$

9. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} x - y + 2z = 9 \\ 2x - 2y + 3z = 13 \\ 3x + y + z = 10 \end{cases}$$

Tentukan himpunan penyelesaian dengan cara substitusi

Pembahasan

$$\begin{cases} x - y + 2z = 9 \dots (1) \\ 2x - 2y + 3z = 13 \dots (2) \\ 3x + y + z = 10 \dots (3) \end{cases}$$

Persamaan (1) diubah sehingga diperoleh

$$x - y + 2z = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 9 + y - 2z \dots (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$2x - 2y + 3z = 13$$

$$\Leftrightarrow 2(9 + y - 2z) - 2y + 3z = 13$$

$$\Leftrightarrow 18 + 2y - 4z - 2y + 3z = 13$$

$$\Leftrightarrow 18 - z = 13$$

$$\Leftrightarrow z = 18 - 13$$

$$\Leftrightarrow z = 5 \dots (5)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$3x + y + z = 10$$

$$\Leftrightarrow 3(9 + y - 2z) + y + z = 10$$

$$\Leftrightarrow 27 + 3y - 6z + y + z = 10$$

$$\Leftrightarrow 4y - 5z + 27 = 10$$

$$\Leftrightarrow 4y - 5z = -17 \dots (6)$$

Substitusi persamaan $z = 5$ ke persamaan (6)

$$\Leftrightarrow 4y - 5 \cdot 5 = -17$$

$$\Leftrightarrow 4y - 25 = -17$$

$$\Leftrightarrow 4y = -17 + 25$$

$$\Leftrightarrow 4y = 8$$

$$\Leftrightarrow y = 2$$

Substitusi $y = 2$ dan $z = 5$ ke dalam persamaan (4)

$$x = 9 + y - 2z$$

$$x = 9 + 2 - 2 \cdot 5$$

$$x = 9 + 2 - 10$$

$$x = 1$$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(1,2,5)\}$

10. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} 4x - 2y + z = -19 \\ 3x + y - 3z = -8 \\ 2x + 5y + z = 15 \end{cases}$$

Dengan cara substitusi

a. Tentukan himpunan penyelesaian

b. Hitung nilai $5x - 9y + 8z$

Pembahasan

a.

$$4x - 2y + z = -19 \dots (1)$$

$$3x + y - 3z = -8 \dots (2)$$

$$2x + 5y + z = 15 \dots (3)$$

Persamaan (1) diubah sehingga diperoleh

$$4x - 2y + z = -19$$

$$\Leftrightarrow z = -19 - 4x + 2y \dots (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$3x + y - 3z = -8$$

$$\Leftrightarrow 3x + y - 3(-19 - 4x + 2y) = -8$$

$$\Leftrightarrow 3x + y + 57 + 12x - 6y = -8$$

$$\Leftrightarrow 15x - 5y = -8 - 57$$

$$\Leftrightarrow 15x - 5y = -65$$

$$\Leftrightarrow 3x - y = -13 \dots (5)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$2x + 5y + z = 15$$

$$\Leftrightarrow 2x + 5y + (-19 - 4x + 2y) = 15$$

$$\Leftrightarrow 2x + 5y - 19 - 4x + 2y = 15$$

$$\Leftrightarrow -2x + 7y = 15 + 19$$

$$\Leftrightarrow -2x + 7y = 34 \dots (6)$$

Dari persamaan (5) diperoleh

$$\Leftrightarrow 3x - y = -13$$

$$\Leftrightarrow y = 3x + 13 \dots (7)$$

Substitusi persamaan (7) ke dalam persamaan (6)

$$-2x + 7y = 34$$

$$\Leftrightarrow -2x + 7(3x + 13) = 34$$

$$\Leftrightarrow -2x + 21x + 91 = 34$$

$$\Leftrightarrow 19x = 34 - 91$$

$$\Leftrightarrow 19x = -57$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-57}{19}$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Substitusi $x = -3$ ke dalam persamaan (7)

$$y = 3x + 13$$

$$\Leftrightarrow y = 3(-3) + 13$$

$$\Leftrightarrow y = -9 + 13$$

$$\Leftrightarrow y = 4$$

Substitusi $x = -3$ dan $y = 4$ ke dalam persamaan (4)

$$z = -19 - 4x + 2y$$

$$\Leftrightarrow z = -19 - 4(-3) + 2 \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow z = -19 + 12 + 8$$

$$\Leftrightarrow z = 1$$

Jadi, himpunan penyelesaian $\{(x, y, z)\} = \{(-3, 4, 1)\}$

b. Nilai $5x - 9y + 8z$

$$= 5(-3) - 9 \cdot 4 + 8 \cdot 1$$

$$= -15 - 36 + 8$$

$$= -43$$

11. Tentukan himpunan penyelesaian SPLTV berikut dengan metode substitusi

$$\begin{cases} x : y = 2 : 3 \\ y : z = 3 : 4 \\ 7x - 5y + 3z = 66 \end{cases}$$

Pembahasan

$$x : y = 2 : 3 \Leftrightarrow x = \frac{2y}{3} \quad \dots (1)$$

$$y : z = 3 : 4 \Leftrightarrow z = \frac{4y}{3} \quad \dots (2)$$

$$7x - 5y + 3z = 66 \quad \dots (3)$$

Substitusi x dari persamaan (1) dan z dari persamaan (2) ke dalam persamaan (3)

$$7x - 5y + 3z = 66$$

$$\Leftrightarrow 7\left(\frac{2y}{3}\right) - 5y + 3\left(\frac{4y}{3}\right) = 66 \quad \text{kedua ruas persamaan dikali 3}$$

$$\Leftrightarrow 14y - 15y + 12y = 198$$

$$\Leftrightarrow 11y = 198$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{198}{11}$$

$$\Leftrightarrow y = 18$$

Substitusi $y = 18$ ke persamaan (1)

$$x = \frac{2y}{3} = \frac{2 \cdot 18}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

Substitusi $y = 18$ ke persamaan (2)

$$z = \frac{4y}{3} = \frac{4 \cdot 18}{3} = \frac{72}{3} = 24$$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(x, y, z)\} = \{(12, 18, 24)\}$

12. Tentukan himpunan penyelesaian SPLTV berikut dengan metode substitusi

$$\begin{cases} 2x + 3y = 130 + z \\ x : y = 1 : 5 \\ 7y = 5z \end{cases}$$

Pembahasan

$$2x + 3y = 130 + z \quad \dots (1)$$

$$x : y = 1 : 5 \Leftrightarrow x = \frac{y}{5} \quad \dots (2)$$

$$7y = 5z \Leftrightarrow z = \frac{7y}{5} \quad \dots (3)$$

Substitusi x dari persamaan (2) dan z dari persamaan (3) ke dalam persamaan (1)

$$2x + 3y = 130 + z$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{y}{5}\right) + 3y = 130 + \frac{7y}{5} \quad \text{kedua ruas persamaan dikali 5}$$

$$\Leftrightarrow 2y + 15y = 650 + 7y$$

$$\Leftrightarrow 17y = 650 + 7y$$

$$\Leftrightarrow 17y - 7y = 650$$

$$\Leftrightarrow 10y = 650$$

$$\Leftrightarrow y = 65$$

Substitusi $y = 65$ ke dalam persamaan (2) diperoleh

$$x = \frac{y}{5} = \frac{65}{5} = 13$$

Substitusi $y = 65$ ke dalam persamaan (3) diperoleh

$$z = \frac{7y}{5} = \frac{7 \cdot 65}{5} = 91$$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(x, y, z)\} = \{(13, 65, 91)\}$

13. Tentukan himpunan penyelesaian SPLTV berikut dengan metode substitusi

$$\begin{cases} x + y + z = 36 \\ x + 11 = y + 9 = z + 4 \end{cases}$$

Pembahasan

$$x + y + z = 36 \quad \dots (1)$$

$$x + 11 = y + 9 = z + 4 \quad \dots (2)$$

Dari persamaan (2) kita dapat memperoleh dua persamaan

$$x + 11 = y + 9 \Leftrightarrow y = x + 2 \quad \dots (3)$$

$$x + 11 = z + 4 \Leftrightarrow z = x + 7 \quad \dots (4)$$

Substitusi y dari persamaan (3) dan z dari persamaan (4) ke dalam persamaan (1)

$$x + y + z = 36$$

$$\Leftrightarrow x + (x + 2) + (x + 7) = 36$$

$$\Leftrightarrow 3x + 9 = 36$$

$$\Leftrightarrow 3x = 36 - 9$$

$$\Leftrightarrow 3x = 27$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{27}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 9$$

Substitusi $x = 9$ ke persamaan (3)

$$y = x + 2 \Leftrightarrow y = 9 + 2 = 11$$

Substitusi $y = 11$ ke persamaan (4)

$$z = x + 7 \Leftrightarrow z = 9 + 7 = 16$$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(x, y, z)\} = \{(9, 11, 16)\}$

14. Jika (a, b, c) merupakan solusi dari sistem persamaan

$$\begin{cases} a + b + c = 16 \\ a + 3 = b - 1 = 2c - 11 \end{cases}$$

Tentukan $a : b : c$

Pembahasan

$$a + b + c = 16 \quad \dots (1)$$

$$a + 3 = b - 1 = 2c - 11 \quad \dots (2)$$

Dari persamaan (2) kita dapat memperoleh dua persamaan

$$a + 3 = b - 1 \Leftrightarrow b = a + 4 \quad \dots (3)$$

$$a + 3 = 2c - 11 \Leftrightarrow c = \frac{a+14}{2} \quad \dots (4)$$

Substitusi y dari persamaan (3) dan z dari persamaan (4) ke dalam persamaan (1)

$$a + b + c = 16$$

$$\Leftrightarrow a + (a + 4) + \left(\frac{a+14}{2}\right) = 16$$

$$\Leftrightarrow 2a + \left(\frac{a + 14}{2}\right) = 16 - 4$$

$$\Leftrightarrow 4a + (a + 14) = 24$$

$$\Leftrightarrow 5a = 24 - 14$$

$$\Leftrightarrow 5a = 10$$

$$\Leftrightarrow a = 2$$

Substitusi $a = 2$ ke persamaan (3)

$$b = a + 4 \Leftrightarrow b = 2 + 4 = 6$$

Substitusi $a = 2$ ke persamaan (4)

$$c = \frac{a + 14}{2} \Leftrightarrow c = \frac{2 + 14}{2} = 8$$

Jadi, $a : b : c = 2 : 6 : 8 = 1 : 3 : 4$

15. Selesaikan sistem persamaan berikut dengan metode substitusi dan tuliskan himpunan

penyelesaian $\begin{cases} y + 4z = 9 \\ 2x + 3z = 2 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$

Pembahasan

$$y + 4z = 9 \quad \dots (1)$$

$$2x + 3z = 2 \quad \dots (2)$$

$$x - 3y = -5 \quad \dots (3)$$

Isolasi y dari persamaan (1), sehingga diperoleh

$$y + 4z = 9$$

$$\Leftrightarrow y = 9 - 4z \quad \dots (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$x - 3y = -5$$

$$\Leftrightarrow x - 3(9 - 4z) = -5$$

$$\Leftrightarrow x - 27 + 12z = -5$$

$$\Leftrightarrow x + 12z = 22 \quad \dots (5)$$

Isolasi x dari persamaan (5)

$$x + 12z = 22$$

$$\Leftrightarrow x = 22 - 12z \quad \dots (6)$$

Substitusi persamaan (6) ke dalam persamaan (2)

$$2x + 3z = 2$$

$$\Leftrightarrow 2(22 - 12z) + 3z = 2$$

$$\Leftrightarrow 44 - 24z + 3z = 2$$

$$\Leftrightarrow -24z + 3z = 2 - 44$$

$$\Leftrightarrow -21z = -42$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-42}{-21}$$

$$\Leftrightarrow z = 2$$

Substitusi $z = 2$ ke dalam persamaan (6)

$$x = 22 - 12z$$

$$\Leftrightarrow x = 22 - 12 \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x = 22 - 24$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

Substitusi $z = 2$ ke dalam persamaan (4)

$$y = 9 - 4z$$

$$\Leftrightarrow y = 9 - 4 \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow y = 9 - 8$$

$$\Leftrightarrow y = 1$$

penyelesaian $x = -2, y = 1$ dan $z = 2$

Jadi, Himpunan penyelesaian $\{(-2, 1, 2)\}$

B. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel dengan Metode Eliminasi

16. Tentukan penyelesaian sistem persamaan berikut dengan cara eliminasi

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ -x + 2y + 2z = 9 \end{cases}$$

Pembahasan

$$x + y + z = 6 \quad \dots (1)$$

$$2x - y + 3z = 9 \quad \dots (2)$$

$$-x + 2y + 2z = 9 \quad \dots (3)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 6 \\ 2x - y + 3z = 9 \quad + \\ \hline 3x + 4z = 15 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 6 \quad \times 2 \quad 2x + 2y + 2z = 12 \\ -x + 2y + 2z = 9 \quad \times 1 \quad \underline{-x + 2y + 2z = 9} \quad - \\ \hline 3x = 3 \\ x = 1 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 3x + 4z = 15 \quad \times 1 \quad 3x + 4z = 15 \\ x = 1 \quad \times 3 \quad \underline{3x = 3} \quad - \\ \hline 4z = 12 \\ z = 3 \end{array}$$

Untuk dapat nilai variabel y , lakukan eliminasi dari persamaan awal dengan mempertahankan variabel y .

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 6 \quad \times 2 \quad 2x + 2y + 2z = 12 \\ 2x - y + 3z = 9 \quad \times 1 \quad \underline{2x - y + 3z = 9} \quad - \\ \hline 3y - z = 3 \quad \dots (6) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 6 \\ -x + 2y + 2z = 9 \quad + \\ \hline 3y + 3z = 15 \quad : 3 \\ y + z = 5 \quad \dots (7) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{r} 3y - z = 3 \\ y + z = 5 \quad + \\ \hline 4y = 8 \\ y = 2 \end{array}$$

Jadi, penyelesaian $x = 1, y = 2$ dan $z = 3$

17. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan berikut dengan cara eliminasi

$$\begin{cases} 4x - y + 2z = 10 \\ -x + 2y + z = 6 \\ 3x + 3y + 2z = 23 \end{cases}$$

Pembahasan

$$\begin{array}{l} 4x - 2y + 2z = 10 \quad \dots (1) \\ -x + 2y + z = 6 \quad \dots (2) \\ 3x + 3y + 2z = 23 \quad \dots (3) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 4x - y + 2z = 10 \quad | \times 1 \quad 4x - y + 2z = 10 \\ -x + 2y + z = 6 \quad | \times 4 \quad -4x + 8y + 4z = 24 \quad + \\ \hline 7y + 6z = 34 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} -x + 2y + z = 6 \quad | \times 3 \quad -3x + 6y + 3z = 18 \\ 3x + 3y + 2z = 23 \quad | \times 1 \quad 3x + 3y + 2z = 23 \quad + \\ \hline 9y + 5z = 41 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 7y + 6z = 34 \quad | \times 5 \quad 35y + 30z = 170 \\ 9y + 5z = 41 \quad | \times 6 \quad 54y + 30z = 246 \quad - \\ \hline -19y = -76 \\ y = 4 \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 7y + 6z = 34 \quad | \times 9 \quad 63y + 54z = 306 \\ 9y + 5z = 41 \quad | \times 7 \quad 63y + 35z = 287 \quad - \\ \hline 19z = 19 \\ z = 1 \end{array}$$

Untuk mendapatkan nilai x maka variabel x dibuat tetap.

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 4x - y + 2z = 10 \quad | \times 1 \quad 4x - y + 2z = 10 \\ -x + 2y + z = 6 \quad | \times 2 \quad -2x + 4y + 2z = 12 \quad - \\ \hline 6x - 5y = -2 \quad \dots (6) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} 4x - y + 2z = 10 \\ 3x + 3y + 2z = 23 \quad - \\ \hline x - 4y = -13 \quad \dots (7) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{r} 6x - 5y = -2 \quad \times 4 \quad 24x - 20z = -8 \\ x - 4y = -13 \quad \times 5 \quad \underline{5x - 20z = -65} \quad - \\ \hline 19x = 57 \\ x = 3 \end{array}$$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(x, y, z)\} = \{(3, 4, 1)\}$

18. Tentukan penyelesaian sistem persamaan berikut dengan cara eliminasi

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = -2 \\ x + 2y - 3z = -12 \\ 2x - 2y + 5z = 13 \end{cases}$$

Pembahasan

$$\begin{array}{l} 3x - y + 2z = -2 \quad \dots (1) \\ x + 2y - 3z = -12 \quad \dots (2) \\ 2x - 2y + 5z = 13 \quad \dots (3) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 3x - y + 2z = -2 \quad \times 1 \quad 3x - y + 2z = -2 \\ x + 2y - 3z = -12 \quad \times 3 \quad \underline{3x + 6y - 9z = -36} \quad - \\ \hline -7y + 11z = 34 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + 2y - 3z = -12 \quad \times 2 \quad 2x + 4y - 6z = -24 \\ 2x - 2y + 5z = 13 \quad \times 1 \quad \underline{2x - 2y + 5z = 13} \quad - \\ \hline 6y - 11z = -37 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} -7y + 11z = 34 \\ 6y - 11z = -37 \quad + \\ \hline -y = -3 \\ y = 3 \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} -7y + 11z = 34 \quad \times 6 \quad -42y + 66z = 204 \\ 6y - 11z = -37 \quad \times 7 \quad \underline{42y - 77z = -259} \quad + \\ \hline -11z = -55 \\ z = 5 \end{array}$$

Untuk mendapatkan nilai x maka variabel x dibuat tetap.

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 3x - y + 2z = -2 \quad \times 2 \quad 6x - 2y + 4z = -4 \\ x + 2y - 3z = -12 \quad \times 1 \quad \underline{x + 2y - 3z = -12} \quad + \\ \hline 7x + z = -16 \quad \dots (6) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + 2y - 3z = -12 \\ 2x - 2y + 5z = 13 \quad + \\ \hline 3x + 2z = 1 \quad \dots (7) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{r} 7x + z = -16 \quad \times 2 \quad 14x + 2z = -32 \\ 3x + 2z = 1 \quad \times 1 \quad \underline{3x + 2z = 1} \quad - \\ \hline 11x = -33 \\ x = -3 \end{array}$$

Jadi, penyelesaian $x = -3, y = 3$ dan $z = 5$

19. Tentukan penyelesaian sistem persamaan berikut dengan cara eliminasi

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = -5 \\ x - 3y + 2z = -6 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

Pembahasan

$$\begin{aligned} 2x + y - 3z &= -5 && \dots (1) \\ x - 3y + 2z &= -6 && \dots (2) \\ 3x + 2y - z &= 1 && \dots (3) \end{aligned}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2x + y - 3z = -5 \\ x - 3y + 2z = -6 \end{array} \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 2 \end{array} \begin{array}{r} 2x + y - 3z = -5 \\ 2x - 6y + 4z = -12 \end{array} \begin{array}{l} - \\ - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7y - 7z = 7 \\ y - z = 1 \end{array} \begin{array}{l} \text{Dibagi 7} \\ \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} x - 3y + 2z = -6 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{array} \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 1 \end{array} \begin{array}{r} 3x - 9y + 6z = -18 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{array} \begin{array}{l} - \\ - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -11y + 7z = -19 \end{array} \dots (5)$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 7y - 7z = 7 \\ -11y + 7z = -19 \end{array} +$$

$$\begin{array}{r} -4y = -12 \\ y = 3 \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} y - z = 1 \\ -11y + 7z = -19 \end{array} \begin{array}{l} \times 11 \\ \times 1 \end{array} \begin{array}{r} 11y - 11z = 11 \\ -11y + 7z = -19 \end{array} +$$

$$\begin{array}{r} -4z = -8 \\ z = 2 \end{array}$$

Untuk mendapatkan nilai x maka variabel x dibuat tetap.

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2x + y - 3z = -5 \\ x - 3y + 2z = -6 \end{array} \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 1 \end{array} \begin{array}{r} 6x + 3y - 9z = -15 \\ x - 3y + 2z = -6 \end{array} +$$

$$\begin{array}{r} 7x - 7z = -21 \\ x - z = -3 \end{array} \begin{array}{l} \text{Dibagi 7} \\ \dots (6) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} 2x + y - 3z = -5 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{array} \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 1 \end{array} \begin{array}{r} 4x + 2y - 6z = -10 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{array} -$$

$$\begin{array}{r} x - 5z = -11 \end{array} \dots (7)$$

Eliminasi z dari persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{r} x - z = -3 \\ x - 5z = -11 \end{array} \begin{array}{l} \times 5 \\ \times 1 \end{array} \begin{array}{r} 5x - 5z = -15 \\ x - 5z = -11 \end{array} -$$

$$\begin{array}{r} 4x = -4 \\ x = -1 \end{array}$$

Jadi, penyelesaian $x = -1, y = 3$ dan $z = 2$

20. Jika (a, b, c) merupakan solusi dari SPLTV berikut.

$$\begin{cases} 2a + b + c = 7 \\ 3a - b + 2c = 4 \\ a - 3b + 5c = 2 \end{cases}$$

Tentukan nilai $3a + b - 2c$ dengan cara eliminasi

Pembahasan

$$\begin{aligned} 2a + b + c &= 7 && \dots (1) \\ 3a - b + 2c &= 4 && \dots (2) \\ a - 3b + 5c &= 2 && \dots (3) \end{aligned}$$

Eliminasi a dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 2a + b + c & = & 7 \\ a - 3b + 5c & = & 2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 2 \end{array} \right. \begin{array}{r} 2a + b + c = 7 \\ 2a - 6b + 10c = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ - \end{array}$$

$$\hline 7b - 9c = 3 \quad \dots (4)$$

Eliminasi a dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 3a - b + 2c & = & 4 \\ a - 3b + 5c & = & 2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 3 \end{array} \right. \begin{array}{r} 3a - b + 2c = 4 \\ 3a - 9b + 15c = 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ - \end{array}$$

$$\hline 8b - 13c = -2 \quad \dots (5)$$

Eliminasi b dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} 7b - 9c & = & 3 \\ 8b - 13c & = & -2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 8 \\ \times 7 \end{array} \right. \begin{array}{r} 56b - 72c = 24 \\ 56b - 91c = -14 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ - \end{array}$$

$$\hline 19c = 38$$

$$c = 2$$

Eliminasi c dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} 7b - 9c & = & 3 \\ 8b - 13c & = & -2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 13 \\ \times 9 \end{array} \right. \begin{array}{r} 91b - 117c = 39 \\ 72b - 117c = -18 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ - \end{array}$$

$$\hline 19b = 57$$

$$b = 3$$

Untuk mendapatkan nilai a maka variabel a dibuat tetap.

Eliminasi b dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{rcl} 2a + b + c & = & 7 \\ 3a - b + 2c & = & 4 \end{array} \quad +$$

$$\hline 5a + 3c = 11 \quad \dots (6)$$

Eliminasi b dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 2a + b + c & = & 7 \\ a - 3b + 5c & = & 2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 1 \end{array} \right. \begin{array}{r} 6a + 3b + 3c = 21 \\ a - 3b + 5c = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ + \end{array}$$

$$\hline 7a + 8c = 23 \quad \dots (7)$$

Eliminasi c dari persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{rcl} 5a + 3c & = & 11 \\ 7a + 8c & = & 23 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 8 \\ \times 3 \end{array} \right. \begin{array}{r} 40a + 24c = 88 \\ 21a + 24c = 69 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ - \end{array}$$

$$\hline 19a = 19$$

$$a = 1$$

Diperoleh solusi $a = 1, b = 3$ dan $c = 2$

Jadi, nilai $3a + b - 2c = 3.1 + 3 - 2.2 = 3 + 3 - 4 = 2$

21. Tentukan nilai $(x + y + z)$ dari sistem persamaan berikut dengan cara eliminasi

$$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 2x + y + z = 16 \\ x + y + 2z = 9 \end{cases}$$

Pembahasan

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 3 && \dots (1) \\ 2x + y + z &= 16 && \dots (2) \\ x + y + 2z &= 9 && \dots (3) \end{aligned}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{rcl} x + 2y + z & = & 3 \\ 2x + y + z & = & 16 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 1 \end{array} \right. \begin{array}{r} 2x + 4y + 2z = 6 \\ 2x + y + z = 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ - \end{array}$$

$$\hline 3y + z = -10 \quad \dots (4)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + 2y + z = 3 \\ x + y + 2z = 9 \quad - \\ \hline y - z = -6 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 3y + z = -10 \\ y - z = -6 \quad + \\ \hline 4y = -16 \\ y = -4 \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 3y + z = -10 \quad | \times 1 \quad 3y + z = -10 \\ y - z = -6 \quad | \times 3 \quad 3y - 3z = -18 \quad - \\ \hline 4z = 8 \\ z = 2 \end{array}$$

Untuk dapat nilai variabel x , lakukan eliminasi dari persamaan awal dengan mempertahankan variabel x .

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + 2y + z = 3 \quad | \times 1 \quad x + 2y + z = 3 \\ 2x + y + z = 16 \quad | \times 2 \quad 4x + 2y + 2z = 32 \quad - \\ \hline -3x - z = -29 \quad \dots (6) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} 2x + y + z = 16 \\ x + y + 2z = 9 \quad - \\ \hline x - z = 7 \quad \dots (7) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{r} -3x - z = -29 \\ x - z = 7 \quad - \\ \hline -4x = -36 \\ x = 9 \end{array}$$

Penyelesaian $x = 9, y = -4$ dan $z = 2$

Jadi, nilai $(x + y + z) = (9 + (-4) + 2) = 7$

Metode Alternatif

Jumlahkan persamaan (1), (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + 2y + z = 3 \\ 2x + y + z = 16 \\ x + y + 2z = 9 \quad + \\ \hline 4x + 4y + 4z = 28 \quad :4 \\ x + y + z = 7 \end{array}$$

Jadi, nilai $(x + y + z) = 7$

22. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ 3x - y + 2z = -5 \\ x + 2y + 2z = 5 \end{cases}$$

Tentukan penyelesaian dengan cara eliminasi

Pembahasan

$$2x + y + z = 4 \quad \dots (1)$$

$$3x - y + 2z = -5 \quad \dots (2)$$

$$x + 2y + 2z = 5 \quad \dots (3)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y + z & = & 4 \\ 3x - y + 2z & = & -5 \end{array} \left| \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 2 \end{array} \right. \begin{array}{r} 6x + 3y + 3z = 12 \\ 6x - 2y + 4z = -10 \end{array} \quad -$$

$$\hline 5y - z = 22 \quad \dots (4)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y + z & = & 4 \\ x + 2y + 2z & = & 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 2 \end{array} \right. \begin{array}{r} 2x + y + z = 4 \\ 2x + 4y + 4z = 10 \end{array} \quad -$$

$$\hline -3y - 3z = -6 \quad \dots (5)$$

Eliminasi y dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} 5y - z & = & 22 \\ -3y - 3z & = & -6 \end{array} \left| \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 5 \end{array} \right. \begin{array}{r} 15y - 3z = 66 \\ -15y - 15z = -30 \end{array} \quad +$$

$$\hline -18z = 36$$

$$z = -2$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} 5y - z & = & 22 \\ -3y - 3z & = & -6 \end{array} \left| \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 1 \end{array} \right. \begin{array}{r} 15y - 3z = 66 \\ -3y - 3z = -6 \end{array} \quad -$$

$$\hline 18y = 72$$

$$y = 4$$

Untuk mencari nilai x , lakukan eliminasi dari persamaan awal dengan mempertahankan variabel x . Eliminasi y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y + z & = & 4 \\ x + 2y + 2z & = & 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 1 \end{array} \right. \begin{array}{r} 4x + 2y + 2z = 8 \\ x + 2y + 2z = 5 \end{array} \quad -$$

$$\hline 3x = 3$$

$$x = 1$$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1, y = 4, \text{ dan } z = -2$

23. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} 3x - 4y + 2z = 21 \\ 2x + 4y - 7z = -16 \\ -4x - 2y + 5z = 2 \end{cases}$$

Tentukan himpunan penyelesaian dengan metode eliminasi

Pembahasan

$$3x - 4y + 2z = 21 \quad \dots (1)$$

$$2x + 4y - 7z = -16 \quad \dots (2)$$

$$-4x - 2y + 5z = 2 \quad \dots (3)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{rcl} 3x - 4y + 2z & = & 21 \\ 2x + 4y - 7z & = & -16 \end{array} \quad +$$

$$\hline 5x - 5z = 5$$

$$x - z = 1 \quad \dots (4)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 3x - 4y + 2z & = & 21 \\ -4x - 2y + 5z & = & 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 2 \end{array} \right. \begin{array}{r} 3x - 4y + 2z = 21 \\ -8x - 4y + 10z = 4 \end{array} \quad -$$

$$\hline 11x - 8z = 17 \quad \dots (5)$$

Eliminasi x dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} x - z = 1 \quad | \times 11 \quad 11x - 11z = 11 \\ 11x - 8z = 17 \quad | \times 1 \quad \underline{11x - 8z = 17} \quad - \\ \hline -3z = -6 \\ z = 2 \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} x - z = 1 \quad | \times 8 \quad 8x - 8z = 8 \\ 11x - 8z = 17 \quad | \times 1 \quad \underline{11x - 8z = 17} \quad - \\ \hline -3x = -9 \\ x = 3 \end{array}$$

Untuk dapat nilai variabel y , lakukan eliminasi dari persamaan awal dengan mempertahankan variabel y .

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 3x - 4y + 2z = 21 \quad | \times 2 \quad 6x - 8y + 4z = 42 \\ 2x + 4y - 7z = -16 \quad | \times 3 \quad \underline{6x + 12y - 21z = -48} \quad - \\ \hline -20y + 25z = 90 \quad : 5 \\ -4y + 5z = 18 \quad \dots (6) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} 2x + 4y - 7z = -16 \quad | \times 2 \quad 4x + 8y - 14z = -32 \\ -4x - 2y + 5z = 2 \quad | \times 1 \quad \underline{-4x - 2y + 5z = 2} \quad + \\ \hline 6y - 9z = -30 \quad : 3 \\ 2y - 3z = -10 \quad \dots (7) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{r} -4y + 5z = 18 \quad | \times 3 \quad -12y + 15z = 54 \\ 2y - 3z = -10 \quad | \times 5 \quad \underline{10y - 15z = -50} \quad + \\ \hline -2y = 4 \\ y = -2 \end{array}$$

Jadi, himpunan penyelesaian $\{(x, y, z)\} = \{(3, -2, 2)\}$

24. Tentukan himpunan penyelesaian dari SPLTV berikut dengan metode eliminasi

$$\begin{cases} a + 2b - 5c = -11 \\ 3a + b + 2c = 13 \\ 2a + 3b = c + 4 \end{cases}$$

Pembahasan

$$a + 2b - 5c = -11 \quad \dots (1)$$

$$3a + b + 2c = 13 \quad \dots (2)$$

$$2a + 3b - c = 4 \quad \dots (3)$$

Eliminasi a dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} a + 2b - 5c = -11 \quad | \times 3 \quad 3a + 6b - 15c = -33 \\ 3a + b + 2c = 13 \quad | \times 1 \quad \underline{3a + b + 2c = 13} \quad - \\ \hline 5b - 17c = -46 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi a dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} a + 2b - 5c = -11 \quad | \times 2 \quad 2a + 4b - 10c = -22 \\ 2a + 3b - c = 4 \quad | \times 1 \quad \underline{2a + 3b - c = 4} \quad - \\ \hline b - 9c = -26 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi b dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 5b - 17c = -46 \quad | \times 1 \quad 5b - 17c = -46 \\ b - 9c = -26 \quad | \times 5 \quad \underline{5b - 45c = -130} \quad - \\ \hline 28c = 84 \\ c = 3 \end{array}$$

Eliminasi c dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 5b - 17c = -46 \quad | \times 9 \quad 45b - 153c = -414 \\ b - 9c = -26 \quad | \times 17 \quad 17b - 153c = -442 \quad - \\ \hline 28b = 28 \\ b = 1 \end{array}$$

Untuk memperoleh nilai a , lakukan eliminasi dari persamaan awal dengan mempertahankan variabel a .

Eliminasi b dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} a + 2b - 5c = -11 \quad | \times 1 \quad a + 2b - 5c = -11 \\ 3a + b + 2c = 13 \quad | \times 2 \quad 6a + 2b + 4c = 26 \quad - \\ \hline -5a - 9c = -37 \quad \dots (6) \end{array}$$

Eliminasi b dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} 3a + b + 2c = 13 \quad \times 3 \quad 9a + 3b + 6c = 39 \\ 2a + 3b - c = 4 \quad \times 1 \quad 2a + 3b - c = 4 \quad - \\ \hline 7a + 7c = 35 \quad : 7 \\ a + c = 5 \quad \dots (7) \end{array}$$

Eliminasi c dari persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{r} -5a - 9c = -37 \quad | \times 1 \quad -5a - 9c = -37 \\ a + c = 5 \quad | \times 9 \quad 9a + 9c = 45 \quad + \\ \hline 4a = 8 \\ a = 2 \end{array}$$

Jadi, himpunan penyelesaian $\{(a, b, c)\} = \{(2, 1, 3)\}$

25. Tentukan penyelesaian sistem persamaan berikut dengan cara eliminasi

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y + z = 2 \\ z + x = 12 \end{cases}$$

Pembahasan

$$x + y = 4 \quad \dots (1)$$

$$y + z = 2 \quad \dots (2)$$

$$z + x = 12 \quad \dots (3)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + y = 4 \\ y + z = 2 \quad - \\ \hline x - z = 2 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (3) dan (4)

$$\begin{array}{r} z + x = 12 \\ x - z = 2 \quad - \\ \hline 2z = 10 \\ z = 5 \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (3) dan (4)

$$\begin{array}{r} z + x = 12 \\ x - z = 2 \quad + \\ \hline 2x = 14 \\ x = 7 \end{array}$$

Untuk mendapatkan nilai variabel y , eliminasi z dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} y + z = 2 \\ z + x = 12 \quad - \\ \hline y - x = -10 \quad \dots (6) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (6)

$$\begin{array}{r} x + y = 4 \\ y - x = -10 \quad + \\ \hline 2y = -6 \\ y = -3 \end{array}$$

Jadi, penyelesaian $x = 7, y = -3$ dan $z = 5$

Metode Alternatif

Jumlahkan persamaan (1), (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + y = 4 \\ y + z = 2 \\ z + x = 12 \quad + \\ \hline 2x + 2y + 2z = 18 \\ x + y + z = 9 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi y dan z dari persamaan (2) dan (4)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 9 \\ y + z = 2 \quad - \\ \hline x = 7 \end{array}$$

Eliminasi x dan z dari persamaan (3) dan (4)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 9 \\ z + x = 12 \quad - \\ \hline y = -3 \end{array}$$

Eliminasi x dan y dari persamaan (1) dan (4)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 9 \\ x + y = 4 \quad - \\ \hline z = 5 \end{array}$$

Jadi, penyelesaian $x = 7, y = -3$ dan $z = 5$

26. Tentukan nilai z yang memenuhi SPLTV berikut dengan metode eliminasi

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2z = 3 \\ 3y - z = 5 \end{cases}$$

Pembahasan

$$2x + y = 4 \quad \dots (1)$$

$$x + 2z = 3 \quad \dots (2)$$

$$3y - z = 5 \quad \dots (3)$$

Untuk memperoleh nilai z maka yang dieliminasi adalah x dan y

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2x + y = 4 \quad | \times 1 \quad 2x + y = 4 \\ x + 2z = 3 \quad | \times 2 \quad 2x + 4z = 6 \quad - \\ \hline y - 4z = -2 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (3) dan (4)

$$\begin{array}{r} 3y - z = 5 \quad | \times 1 \quad 3y - z = 5 \\ y - 4z = -2 \quad | \times 3 \quad 3y - 12z = -6 \quad - \\ \hline 11z = 11 \quad \dots (4) \\ z = 1 \end{array}$$

Jadi, nilai $z = 1$

C. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel dengan Metode Gabungan Eliminasi-Substitusi

27. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x - y + 2z = 4 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi-substitusi

Pembahasan

$$x + y + z = 3 \quad \dots (1)$$

$$3x - y + 2z = 4 \quad \dots (2)$$

$$x + y - z = 1 \quad \dots (3)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ 3x - y + 2z = 4 \quad + \\ \hline 4x + 3z = 7 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \quad - \\ \hline 2z = 2 \\ z = 1 \end{array}$$

Substitusi $z = 1$ ke persamaan (4)

$$4x + 3z = 7$$

$$\Leftrightarrow 4x + 3 \cdot 1 = 7$$

$$\Leftrightarrow 4x = 7 - 3$$

$$\Leftrightarrow 4x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Substitusi $x = 1$ dan $z = 1$ ke dalam persamaan (1)

$$x + y + z = 3$$

$$\Leftrightarrow 1 + y + 1 = 3$$

$$\Leftrightarrow y + 2 = 3$$

$$\Leftrightarrow y = 3 - 2$$

$$\Leftrightarrow y = 1$$

Jadi, himpunan penyelesaian $\{(x, y, z)\} = \{(1, 1, 1)\}$

28. Diketahui sistem persamaan

$$\begin{cases} 3x - y + 4z = 8 \\ 5x + y + 2z = 12 \\ 2x + 2y + 3z = 14 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi-substitusi, tentukan nilai $x + y + z$

Pembahasan

$$3x - y + 4z = 8 \quad \dots (1)$$

$$5x + y + 2z = 12 \quad \dots (2)$$

$$2x + 2y + 3z = 14 \quad \dots (3)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 3x - y + 4z = 8 \\ 5x + y + 2z = 12 \quad + \\ \hline 8x + 6z = 20 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r|l} 3x - y + 4z = 8 & \times 2 \quad 6x - 2y + 8z = 16 \\ 2x + 2y + 3z = 14 & \times 1 \quad 2x + 2y + 3z = 14 \\ \hline & 8x + 11z = 30 \quad \dots (5) \end{array} +$$

Eliminasi x dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 8x + 6z = 20 \\ 8x + 11z = 30 \\ \hline -5z = -10 \\ z = 2 \end{array} -$$

Substitusi $z = 2$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{aligned} 8x + 6z &= 20 \\ \Leftrightarrow 8x + 6.2 &= 20 \\ \Leftrightarrow 8x + 12 &= 20 \\ \Leftrightarrow 8x &= 20 - 12 \\ \Leftrightarrow 8x &= 8 \\ \Leftrightarrow x &= 1 \end{aligned}$$

Substitusi $x = 1$ dan $z = 2$ ke dalam persamaan (1)

$$\begin{aligned} 3x - y + 4z &= 8 \\ \Leftrightarrow 3.1 - y + 4.2 &= 8 \\ \Leftrightarrow 3 - y + 8 &= 8 \\ \Leftrightarrow -y + 11 &= 8 \\ \Leftrightarrow -y &= 8 - 11 \\ \Leftrightarrow -y &= -3 \\ \Leftrightarrow y &= 3 \end{aligned}$$

Diperoleh nilai $x = 1, y = 3$ dan $z = 2$

Jadi, nilai $x + y + z = 1 + 3 + 2 = 6$

29. Diketahui sistem persamaan

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - y + 2z = 4 \\ 2x + 3y + z = 7 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi-substitusi, tentukan nilai x, y, z

Pembahasan

$$x + y + z = 2 \quad \dots (1)$$

$$3x - y + 2z = 4 \quad \dots (2)$$

$$2x + 3y + z = 7 \quad \dots (3)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 2 \\ 3x - y + 2z = 4 \\ \hline 4x + 3z = 6 \quad \dots (4) \end{array} +$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r|l} x + y + z = 2 & \times 3 \quad 3x + 3y + 3z = 6 \\ 2x + 3y + z = 7 & \times 1 \quad 2x + 3y + z = 7 \\ \hline & x + 2z = -1 \quad \dots (5) \end{array} -$$

Eliminasi x dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r|l} 4x + 3z = 6 & \times 1 \quad 4x + 3z = 6 \\ x + 2z = -1 & \times 4 \quad 4x + 8z = -4 \\ \hline & -5z = 10 \\ & z = -2 \end{array} -$$

Substitusi $z = -2$ ke dalam persamaan (5)

$$x + 2z = -1$$

$$\Leftrightarrow x + 2(-2) = -1$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -1 + 4$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Substitusi $x = 3$ dan $z = -2$ ke dalam persamaan (1)

$$x + y + z = 2$$

$$\Leftrightarrow 3 + y + (-2) = 2$$

$$\Leftrightarrow y + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow y = 2 - 1$$

$$\Leftrightarrow y = 1$$

Diperoleh nilai $x = 3, y = 1$ dan $z = -2$

Jadi, nilai $x \cdot y \cdot z = 3 \cdot 1 \cdot (-2) = -6$

30. Diketahui sistem persamaan

$$\begin{cases} x - 8y + 2z = 1 \\ x - 3y + z = 1 \\ 2x - 10y + 3z = 12 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi-substitusi, carilah himpunan penyelesaian

Pembahasan

$$x - 8y + 2z = 1 \quad \dots (1)$$

$$x - 3y + z = 1 \quad \dots (2)$$

$$2x - 10y + 3z = 12 \quad \dots (3)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x - 8y + 2z = 1 \\ x - 3y + z = 1 \quad - \\ \hline -5y + z = 0 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} x - 8y + 2z = 1 \quad \left| \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 2x - 16y + 4z = 2 \\ 2x - 10y + 3z = 12 \end{array} \quad - \\ \hline -6y + z = -10 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} -5y + z = 0 \\ -6y + z = -10 \quad - \\ \hline y = 10 \end{array}$$

Substitusi $y = 10$ ke dalam persamaan (4)

$$-5y + z = 0$$

$$\Leftrightarrow -5 \cdot 10 + z = 0$$

$$\Leftrightarrow -50 + z = 0$$

$$\Leftrightarrow z = 50$$

Substitusi $y = 10$ dan $z = 50$ ke dalam persamaan (1)

$$x - 8y + 2z = 1$$

$$\Leftrightarrow x - 8 \cdot 10 + 2z = 1$$

$$\Leftrightarrow x - 80 + 2 \cdot 50 = 1$$

$$\Leftrightarrow x - 80 + 100 = 1$$

$$\Leftrightarrow x + 20 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - 20$$

$$\Leftrightarrow x = -19$$

Jadi, HP = $\{(x, y, z)\} = \{(-19, 10, 50)\}$

31. Diketahui sistem persamaan

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + z = 5 \\ 3y - 5z = -2 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi-substitusi, carilah himpunan penyelesaian

Pembahasan

$$x - y = 1 \quad \dots (1)$$

$$2x + z = 5 \quad \dots (2)$$

$$3y - 5z = -2 \quad \dots (3)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x - y = 1 \quad | \times 2 \quad 2x - 2y = 2 \\ 2x + z = 5 \quad | \times 1 \quad 2x + z = 5 \quad - \\ \hline -2y - z = -3 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (3) dan (4)

$$\begin{array}{r} 3y - 5z = -2 \quad | \times 1 \quad 3y - 5z = -2 \\ -2y - z = -3 \quad | \times 5 \quad -10y - 5z = -15 \quad - \\ \hline 13y = 13 \\ y = 1 \end{array}$$

Substitusi $y = 1$ ke dalam persamaan (1)

$$-2y - z = -3$$

$$\Leftrightarrow -2 \cdot 1 - z = -3$$

$$\Leftrightarrow -2 - z = -3$$

$$\Leftrightarrow -z = -3 + 2$$

$$\Leftrightarrow -z = -1$$

$$\Leftrightarrow z = 1$$

Substitusi $y = 1$ ke dalam persamaan (1)

$$x - y = 1$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 + 1$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Jadi, HP} = \{(x, y, z)\} = \{(2, 1, 1)\}$$

32. Diketahui sistem persamaan

$$\begin{cases} 2x + y - z = 9 \\ x + 2y + z = 6 \\ 3x - y + 2z = 17 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi-substitusi, tentukan nilai $\frac{x+y+z}{x-y+z}$

Pembahasan

$$2x + y - z = 9 \quad \dots (1)$$

$$x + 2y + z = 6 \quad \dots (2)$$

$$3x - y + 2z = 17 \quad \dots (3)$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2x + y - z = 9 \\ x + 2y + z = 6 \quad + \\ \hline 3x + 3y = 15 \quad \text{Dibagi 3} \\ x + y = 5 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2x + y - z = 9 \quad | \times 2 \quad 4x + 2y - 2z = 18 \\ 3x - y + 2z = 17 \quad | \times 1 \quad 3x - y + 2z = 17 \quad + \\ \hline 7x + y = 35 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} x + y = 5 \\ 7x + y = 35 \quad - \\ \hline -6x = -30 \\ x = 5 \end{array}$$

Substitusi $x = 5$ ke dalam persamaan (5)

$$\begin{aligned} 7x + y &= 35 \\ \Leftrightarrow 7 \cdot 5 + y &= 35 \\ \Leftrightarrow 35 + y &= 35 \\ \Leftrightarrow y &= 35 - 35 \\ \Leftrightarrow y &= 0 \end{aligned}$$

Substitusi $x = 5$ dan $y = 0$ ke dalam persamaan (1)

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 9 \\ \Leftrightarrow 2 \cdot 5 + 0 - z &= 9 \\ \Leftrightarrow 10 - z &= 9 \\ \Leftrightarrow 10 - 9 &= z \\ \Leftrightarrow z &= 1 \end{aligned}$$

Jadi, nilai $\frac{x+y+z}{x-y+z} = \frac{5+0+1}{5-0+1} = \frac{6}{6} = 1$

33. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ 3x - y + 2z = -5 \\ x + 2y + 2z = 5 \end{cases}$$

Tentukan penyelesaian dengan cara eliminasi-substitusi

Pembahasan

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 4 \quad \dots (1) \\ 3x - y + 2z &= -5 \quad \dots (2) \\ x + 2y + 2z &= 5 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2x + y + z = 4 \quad | \times 3 \quad 6x + 3y + 3z = 12 \\ 3x - y + 2z = -5 \quad | \times 2 \quad 6x - 2y + 4z = -10 \quad - \\ \hline 5y - z = 22 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} 2x + y + z = 4 \quad | \times 1 \quad 2x + y + z = 4 \\ x + 2y + 2z = 5 \quad | \times 2 \quad 2x + 4y + 4z = 10 \quad - \\ \hline -3y - 3z = -6 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 5y - z = 22 \quad | \times 3 \quad 15y - 3z = 66 \\ -3y - 3z = -6 \quad | \times 1 \quad -3y - 3z = -6 \quad - \\ \hline 18y = 72 \\ y = 4 \end{array}$$

Setelah nilai y diperoleh, substitusikan $y = 4$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{aligned} 5y - z &= 22 \\ \Leftrightarrow 5 \cdot 4 - z &= 22 \\ \Leftrightarrow 20 - z &= 22 \\ \Leftrightarrow z &= 20 - 22 \\ \Leftrightarrow z &= -2 \end{aligned}$$

Substitusikan $y = 4$ dan $z = -2$ ke dalam persamaan (1)

$$2x + y + z = 4$$

$$\Leftrightarrow 2x + 4 + (-2) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1, y = 4, \text{ dan } z = -2$

34. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} 3x - 4y + 2z = 21 \\ 2x + 4y - 7z = -16 \\ -4x - 2y + 5z = 2 \end{cases}$$

Tentukan himpunan penyelesaian dengan cara eliminasi-substitusi

Pembahasan

$$3x - 4y + 2z = 21 \dots (1)$$

$$2x + 4y - 7z = -16 \dots (2)$$

$$-4x - 2y + 5z = 2 \dots (3)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 3x - 4y + 2z = 21 \\ 2x + 4y - 7z = -16 \quad + \\ \hline 5x - 5z = 5 \end{array}$$

$$x - z = 1 \dots (4)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} 3x - 4y + 2z = 21 \quad | \times 1 \\ -4x - 2y + 5z = 2 \quad | \times 2 \\ \hline 3x - 4y + 2z = 21 \\ -8x - 4y + 10z = 4 \quad - \\ \hline 11x - 8z = 17 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} x - z = 1 \quad | \times 11 \\ 11x - 8z = 17 \quad | \times 1 \\ \hline 11x - 11z = 11 \\ 11x - 8z = 17 \quad - \\ \hline -3z = -6 \\ z = 2 \end{array}$$

Substitusi $z = 2$ ke dalam persamaan (4)

$$x - z = 1$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 + 2$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Substitusi $z = 2$ dan $x = 3$ ke dalam persamaan (1)

$$3x - 4y + 2z = 21$$

$$\Leftrightarrow 3.3 - 4y + 2.2 = 21$$

$$\Leftrightarrow 9 - 4y + 4 = 21$$

$$\Leftrightarrow 13 - 4y = 21$$

$$\Leftrightarrow -4y = 21 - 13$$

$$\Leftrightarrow -4y = 8$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{8}{-4}$$

$$\Leftrightarrow y = -2$$

Jadi, himpunan penyelesaian $\{(x, y, z)\} = \{(3, -2, 2)\}$

35. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} 2a - 2b - c = 3 \\ 4a + 5b - 2c = -3 \\ 3a + 4b = 3c - 7 \end{cases}$$

Tentukan himpunan penyelesaian dengan cara eliminasi-substitusi

Pembahasan

$$2a - 2b - c = 3 \quad \dots (1)$$

$$4a + 5b - 2c = -3 \quad \dots (2)$$

$$3a + 4b - 3c = -7 \quad \dots (3)$$

Eliminasi c dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2a - 2b - c = 3 \quad | \times 2 \quad 4a - 4b - 2c = 6 \\ 4a + 5b - 2c = -3 \quad | \times 1 \quad 4a + 5b - 2c = -3 \quad - \\ \hline -9b = 9 \\ b = -1 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi c dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} 2a - 2b - c = 3 \quad | \times 3 \quad 6a - 6b - 3c = 9 \\ 3a + 4b - 3c = -7 \quad | \times 1 \quad 3a + 4b - 3c = -7 \quad - \\ \hline 3a - 10b = 16 \quad \dots (5) \end{array}$$

Substitusi $b = -1$ ke dalam persamaan (5)

$$3a - 10b = 16$$

$$\Leftrightarrow 3a - 10(-1) = 16$$

$$\Leftrightarrow 3a + 10 = 16$$

$$\Leftrightarrow 3a = 16 - 10$$

$$\Leftrightarrow 3a = 6$$

$$\Leftrightarrow a = 2$$

Substitusi $a = 2$ dan $b = -1$ ke dalam persamaan (1)

$$2a - 2b - c = 3$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2 - 2(-1) - c = 3$$

$$\Leftrightarrow 4 + 2 - c = 3$$

$$\Leftrightarrow 6 - c = 3$$

$$\Leftrightarrow c = 6 - 3$$

$$\Leftrightarrow c = 3$$

$$\text{Jadi, } HP = \{(a, b, c)\} = \{(2, -1, 3)\}$$

36. Diketahui sistem persamaan linear tiga variabel berikut

$$\begin{cases} a + b + c = 11 \\ 2a + b = c \\ a + b - c = 1 \end{cases}$$

Dengan eliminasi b , tentukan nilai a , b dan c

Pembahasan

Eliminasi b dari 1 dan 2

$$\begin{array}{r} a + b + c = 11 \\ 2a + b - c = 0 \quad - \\ \hline -a + 2c = 11 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi b dari (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} a + b + c = 11 \\ a + b - c = 1 \\ \hline 2c = 10 \quad \dots (4) \\ c = 5 \end{array}$$

Substitusi $c = 5$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{aligned} -a + 2c &= 11 \\ \Leftrightarrow -a + 2 \cdot 5 &= 11 \\ \Leftrightarrow -a + 10 &= 11 \\ \Leftrightarrow -a &= 11 - 10 \\ \Leftrightarrow -a &= 1 \\ \Leftrightarrow a &= -1 \end{aligned}$$

substitusi a dan c ke persamaan (1)

$$\begin{aligned} a + b + c &= 11 \\ \Leftrightarrow -1 + b + 5 &= 11 \\ \Leftrightarrow 4 + b &= 11 \\ \Leftrightarrow b &= 11 - 4 \\ \Leftrightarrow b &= 7 \end{aligned}$$

Jadi, nilai $a = -1, b = 7$ dan $c = 5$

37. Diketahui (x, y, z) merupakan penyelesaian SPLTV

$$\begin{cases} \frac{x+2}{3} + \frac{y-2}{2} - \frac{z-1}{3} = -\frac{1}{6} \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y+1}{2} - \frac{z+2}{2} = -6 \\ \frac{x+3}{2} + \frac{y+2}{3} - \frac{z-3}{3} = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Tentukan nilai xyz

Pembahasan

$$\frac{x+2}{3} + \frac{y-2}{2} - \frac{z-1}{3} = -\frac{1}{6}$$

Kedua ruas persamaan dikali dengan 6

$$\begin{aligned} 2(x+2) + 3(y-2) - 2(z-1) &= -1 \\ \Leftrightarrow 2x + 4 + 3y - 6 - 2z + 2 &= -1 \\ \Leftrightarrow 2x + 3y - 2z &= -1 \quad \dots (1) \end{aligned}$$

$$\frac{x-3}{4} - \frac{y+1}{2} - \frac{z+2}{2} = -6$$

Kedua ruas persamaan dikali dengan 4

$$\begin{aligned} (x-3) - 2(y+1) - 2(z+2) &= -24 \\ \Leftrightarrow x - 3 - 2y - 2 - 2z - 4 &= -24 \\ \Leftrightarrow x - 2y - 2z &= -15 \quad \dots (2) \end{aligned}$$

$$\frac{x+3}{2} + \frac{y+2}{3} - \frac{z-3}{3} = \frac{7}{3}$$

Kedua ruas persamaan dikali dengan 6

$$\begin{aligned} 3(x+3) + 2(y+2) - 2(z-3) &= 14 \\ \Leftrightarrow 3x + 9 + 2y + 4 - 2z + 6 &= 14 \\ \Leftrightarrow 3x + 2y - 2z &= -5 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2x + 3y - 2z = -1 \\ x - 2y - 2z = -15 \quad - \\ \hline x + 5y = 14 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} x - 2y - 2z = -15 \\ 3x + 2y - 2z = -5 \quad - \\ \hline -2x - 4y = -10 \quad \text{Bagi } -2 \\ x + 2y = 5 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} x + 5y = 14 \\ x + 2y = 5 \quad - \\ \hline 3y = 9 \\ y = 3 \end{array}$$

Substitusi $y = 3$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{aligned} x + 5y &= 14 \\ \Leftrightarrow x + 5 \cdot 3 &= 14 \\ \Leftrightarrow x + 15 &= 14 \\ \Leftrightarrow x &= 14 - 15 \\ \Leftrightarrow x &= -1 \end{aligned}$$

Substitusi $x = -1$ dan $y = 3$ ke dalam persamaan (1)

$$\begin{aligned} 2x + 3y - 2z &= -1 \\ \Leftrightarrow 2(-1) + 3 \cdot 3 - 2z &= -1 \\ \Leftrightarrow -2 + 9 - 2z &= -1 \\ \Leftrightarrow 7 - 2z &= -1 \\ \Leftrightarrow -2z &= -1 - 7 \\ \Leftrightarrow -2z &= -8 \\ \Leftrightarrow z &= 4 \end{aligned}$$

Jadi, nilai $xyz = (-1) \cdot 3 \cdot 4 = -12$

38. Diketahui (x, y, z) merupakan penyelesaian SPLTV

$$\begin{cases} 0,1x - 0,8y + 0,5z = 88 \\ 0,2x + y + 0,4z = 12 \\ x - y + z = 200 \end{cases}$$

Tentukan nilai $x : y : z$

Pembahasan

$0,1x - 0,8y + 0,5z = 88$ kedua ruas persamaan dikali dengan 10

$$x - 8y + 5z = 880 \quad \dots (1)$$

$0,2x + y + 0,4z = 12$ kedua ruas persamaan dikali dengan 5

$$x + 5y + 2z = 60 \quad \dots (2)$$

$$x - y + z = 200 \quad \dots (3)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x - 8y + 5z = 880 \\ x + 5y + 2z = 60 \quad - \\ \hline -13y + 3z = 820 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} x - 8y + 5z = 880 \\ x - y + z = 200 \quad - \\ \hline -7y + 4z = 680 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} -13y + 3z = 820 \quad | \times 4 \quad -52y + 12z = 3.280 \\ -7y + 4z = 680 \quad | \times 3 \quad -21y + 12z = 2.040 \quad - \\ \hline -31y = 1.240 \\ y = -40 \end{array}$$

Substitusi $y = -40$ ke dalam persamaan (5)

$$\begin{aligned} -7y + 4z &= 680 \\ \Leftrightarrow -7(-40) + 4z &= 680 \\ \Leftrightarrow 280 + 4z &= 680 \\ \Leftrightarrow 4z &= 680 - 280 \\ \Leftrightarrow 4z &= 400 \\ \Leftrightarrow z &= 100 \end{aligned}$$

Substitusi $y = -40$ dan $z = 100$ ke dalam persamaan (3)

$$\begin{aligned} x - y + z &= 200 \\ \Leftrightarrow x - (-40) + 100 &= 200 \\ \Leftrightarrow x + 140 &= 200 \\ \Leftrightarrow x &= 200 - 140 \\ \Leftrightarrow x &= 60 \end{aligned}$$

nilai $x : y : z = 60 : -40 : 100$

disederhanakan menjadi $x : y : z = 3 : -2 : 5$

Jadi, nilai $x : y : z = 3 : -2 : 5$

39. Jika himpunan penyelesaian SPLTV berikut adalah $\{(1,2,3)\}$, maka carilah nilai a, b dan c .

$$\begin{cases} ax + 2cz = 7 \\ 3ax + by = 5 \\ 2by - 3cz = -5 \end{cases}$$

Pembahasan

Substitusi nilai $x = 1, y = 2$ dan $z = 3$ ke dalam persamaan

$$a \cdot 1 + 2c \cdot 3 = 7 \Leftrightarrow a + 6c = 7 \quad \dots (1)$$

$$3 \cdot a \cdot 1 + b \cdot 2 = 5 \Leftrightarrow 3a + 2b = 5 \quad \dots (2)$$

$$2 \cdot b \cdot 2 - 3 \cdot c \cdot 3 = -5 \Leftrightarrow 4b - 9c = -5 \quad \dots (3)$$

Eliminasi a dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} a + 6c = 7 \quad | \times 3 \quad 3a + 18c = 21 \\ 3a + 2b = 5 \quad | \times 1 \quad 3a + 2b = 5 \quad - \\ \hline -2b + 18c = 16 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi b dari persamaan (3) dan (4)

$$\begin{array}{r} 4b - 9c = -5 \quad \times 1 \quad 4b - 9c = -5 \\ -2b + 18c = 16 \quad \times 2 \quad -4b + 36c = 32 \quad + \\ \hline 27c = 27 \\ c = 1 \end{array}$$

Substitusi $c = 1$ ke persamaan (1)

$$\begin{aligned} a + 6c &= 7 \\ \Leftrightarrow a + 6 \cdot 1 &= 7 \\ \Leftrightarrow a + 6 &= 7 \\ \Leftrightarrow a &= 7 - 6 \\ \Leftrightarrow a &= 1 \end{aligned}$$

Substitusi $a = 1$ ke persamaan (2)

$$\begin{aligned} 3a + 2b &= 5 \\ \Leftrightarrow 3 \cdot 1 + 2b &= 5 \\ \Leftrightarrow 3 + 2b &= 5 \\ \Leftrightarrow 2b &= 5 - 3 \\ \Leftrightarrow 2b &= 2 \\ \Leftrightarrow b &= 1 \end{aligned}$$

Jadi, nilai $a = 1, b = 1$ dan $c = 1$

40. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel berikut

$$\begin{cases} \frac{x + y + z + 7}{x + y} = 2 \\ \frac{x + y + z - 1}{y} = 3 \\ \frac{y + z + 9}{x - 1} = 4 \end{cases}$$

Pembahasan

$$\begin{aligned} \frac{x + y + z + 7}{x + y} &= 2 \\ \Leftrightarrow x + y + z + 7 &= 2x + 2y \\ \Leftrightarrow -x - y + z &= -7 \quad \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x + y + z - 1}{y} &= 3 \\ \Leftrightarrow x + y + z - 1 &= 3y \\ \Leftrightarrow x - 2y + z &= 1 \quad \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{y + z + 9}{x - 1} &= 4 \\ \Leftrightarrow y + z + 9 &= 4x - 4 \\ \Leftrightarrow 4x - y - z &= 13 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} -x - y + z = -7 \\ x - 2y + z = 1 \quad - \\ \hline -2x + y = -8 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} -x - y + z = -7 \\ 4x - y - z = 13 \quad + \\ \hline 3x - 2y = 6 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} -2x + y = -8 \quad | \times 2 \quad -4x + 2y = -16 \\ 3x - 2y = 6 \quad | \times 1 \quad 3x - 2y = 6 \quad + \\ \hline -x = -10 \\ x = 10 \end{array}$$

Substitusi $x = 10$ ke dalam persamaan (5)

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 6 \\ \Leftrightarrow 3 \cdot 10 - 2y &= 6 \\ \Leftrightarrow 30 - 2y &= 6 \\ \Leftrightarrow -2y &= 6 - 30 \\ \Leftrightarrow -2y &= -24 \\ \Leftrightarrow y &= \frac{-24}{-2} \\ \Leftrightarrow y &= 12 \end{aligned}$$

Substitusi $x = 10$ dan $y = 12$ ke dalam persamaan (1)

$$-x - y + z = -7$$

$$\Leftrightarrow -10 - 12 + z = -7$$

$$\Leftrightarrow -22 + z = -7$$

$$\Leftrightarrow z = -7 + 22$$

$$\Leftrightarrow z = 15$$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(x, y, z)\} = \{(10, 12, 15)\}$

D. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel dengan Menggunakan Variabel Baru

41. Diketahui sistem persamaan berikut

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{1}{z} = 17 \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = -8 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} - \frac{2}{z} = -8 \end{cases}$$

Tentukan nilai x, y , dan z

Pembahasan

Misalkan $\frac{1}{x} = a$, $\frac{1}{y} = b$ dan $\frac{1}{z} = c$, persamaan menjadi

$$2a + 3b + c = 17 \quad \dots (1)$$

$$a - 2b - c = -8 \quad \dots (2)$$

$$3a - 2b - 2c = -8 \quad \dots (3)$$

Eliminasi c dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2a + 3b + c = 17 \\ a - 2b - c = -8 \quad + \\ \hline 3a + b = 9 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi c dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} 2a + 3b + c = 17 \quad | \times 2 \quad 4a + 6b + 2c = 34 \\ 3a - 2b - 2c = -8 \quad | \times 1 \quad 3a - 2b - 2c = -8 \quad + \\ \hline 7a + 4b = 26 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi b dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 3a + b = 9 \quad | \times 4 \quad 12a + 4b = 36 \\ 7a + 4b = 26 \quad | \times 1 \quad 7a + 4b = 26 \quad - \\ \hline 5a = 10 \\ a = 2 \end{array}$$

Substitusi $a = 2$ ke dalam persamaan (4)

$$3a + b = 9$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2 + b = 9$$

$$\Leftrightarrow 6 + b = 9$$

$$\Leftrightarrow b = 9 - 6$$

$$\Leftrightarrow b = 3$$

Substitusi $a = 2$ dan $b = 3$ ke dalam persamaan (2)

$$a - 2b - c = -8$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2 \cdot 3 - c = -8$$

$$\Leftrightarrow 2 - 6 - c = -8$$

$$\Leftrightarrow -4 - c = -8$$

$$\Leftrightarrow -c = -8 + 4$$

$$\Leftrightarrow c = 4$$

Dari $a = 2$ diperoleh $\frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Dari $b = 3$ diperoleh $\frac{1}{y} = 3 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}$

Dari $c = 4$ diperoleh $\frac{1}{z} = 6 \Leftrightarrow z = \frac{1}{4}$

Jadi, nilai $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$ dan $z = \frac{1}{4}$

42. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel berikut

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 5 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} - \frac{4}{z} = -11 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = -6 \end{cases}$$

Pembahasan

Misalkan $\frac{1}{x} = a, \frac{1}{y} = b$ dan $\frac{1}{z} = c$, persamaan menjadi

$$a + b + c = 5 \quad \dots (1)$$

$$2a - 3b - 4c = -11 \quad \dots (2)$$

$$3a + 2b - c = -6 \quad \dots (3)$$

Eliminasi c dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} a + b + c = 5 \\ 2a - 3b - 4c = -11 \end{array} \left| \begin{array}{l} \times 4 \\ \times 1 \end{array} \right. \begin{array}{r} 4a + 4b + 4c = 20 \\ 2a - 3b - 4c = -11 \end{array} +$$

$$\hline 6a + b = 9 \quad \dots (4)$$

Eliminasi c dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} a + b + c = 5 \\ 3a + 2b - c = -6 \end{array} +$$

$$\hline 4a + 3b = -1 \quad \dots (5)$$

Eliminasi b dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 6a + b = 9 \\ 4a + 3b = -1 \end{array} \left| \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 1 \end{array} \right. \begin{array}{r} 18a + 3b = 27 \\ 4a + 3b = -1 \end{array} -$$

$$\hline 14a = 28$$

$$a = 2$$

Substitusi $a = 2$ ke persamaan (4)

$$6a + b = 9$$

$$\Leftrightarrow 6 \cdot 2 + b = 9$$

$$\Leftrightarrow 12 + b = 9$$

$$\Leftrightarrow b = 9 - 12$$

$$\Leftrightarrow b = -3$$

Substitusi $a = 2$ dan $b = -3$ ke persamaan (1)

$$a + b + c = 5$$

$$\Leftrightarrow 2 + (-3) + c = 5$$

$$\Leftrightarrow -1 + c = 5$$

$$\Leftrightarrow c = 5 + 1$$

$$\Leftrightarrow c = 6$$

Dari $a = 2$ diperoleh $\frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Dari $b = -3$ diperoleh $\frac{1}{y} = -3 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}$

Dari $c = 6$ diperoleh $\frac{1}{z} = 6 \Leftrightarrow z = \frac{1}{6}$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(x, y, z)\} = \left\{\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)\right\}$

43. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel berikut

$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{2}{y-3} + \frac{3}{z+2} = 2 \\ \frac{-4}{x+1} + \frac{1}{y-3} + \frac{6}{z+2} = 5 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{3}{y-3} + \frac{3}{z+2} = 2 \end{cases}$$

Pembahasan

Misalkan $a = \frac{1}{x+1}$, $b = \frac{1}{y-3}$ dan $c = \frac{1}{z+2}$. Diperoleh sistem persamaan yang baru berbentuk SPLTV berikut

$$2a + 2b + 3c = 2 \quad \dots (1)$$

$$-4a + b + 6c = 5 \quad \dots (2)$$

$$4a + 3b + 3c = 2 \quad \dots (3)$$

Eliminasi a dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{rcl} 2a + 2b + 3c = 2 & \times 2 & 4a + 4b + 6c = 4 \\ -4a + b + 6c = 5 & \times 1 & -4a + b + 6c = 5 \\ \hline & & 5b + 12c = 9 \end{array} \quad \dots (4)$$

Eliminasi a dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} -4a + b + 6c = 5 \\ 4a + 3b + 3c = 2 \\ \hline 4b + 9c = 7 \end{array} \quad \dots (5)$$

Eliminasi b dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} 5b + 12c = 9 & \times 4 & 20b + 48c = 36 \\ 4b + 9c = 7 & \times 5 & 20b + 45c = 35 \\ \hline & & 3c = 1 \\ & & c = \frac{1}{3} \end{array} \quad \dots (4)$$

Substitusi $c = \frac{1}{3}$ ke dalam persamaan (5)

$$\begin{aligned} 4b + 9c &= 7 \\ \Leftrightarrow 4b + 9 \cdot \frac{1}{3} &= 7 \\ \Leftrightarrow 4b + 3 &= 7 \\ \Leftrightarrow 4b &= 7 - 3 \\ \Leftrightarrow 4b &= 4 \\ \Leftrightarrow b &= 1 \end{aligned}$$

Substitusi $b = 1$ dan $c = \frac{1}{3}$ ke dalam persamaan (1)

$$\begin{aligned} 2a + 2b + 3c &= 2 \\ \Leftrightarrow 2a + 2 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{3} &= 2 \\ \Leftrightarrow 2a + 2 + 1 &= 2 \\ \Leftrightarrow 2a + 3 &= 2 \\ \Leftrightarrow 2a &= -1 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

Untuk $a = -\frac{1}{2}$ diperoleh

$$\frac{1}{x+1} = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x+1 = -2$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Untuk $b = 1$ diperoleh $\frac{1}{y-3} = 1$

$$\Leftrightarrow y-3 = 1$$

$$\Leftrightarrow y = 4$$

Untuk $c = \frac{1}{3}$ diperoleh $\frac{1}{z+2} = \frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow z+2 = 3$$

$$\Leftrightarrow z = 1$$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(x, y, z)\} = \{(-3, 4, 1)\}$

44. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel berikut

$$\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 1 \\ 2x^2 - xy + 3y^2 = 13 \\ x^2 + 3xy + 2y^2 = 0 \end{cases}$$

Pembahasan

Misalkan $a = x^2$, $b = xy$ dan $c = y^2$. Maka diperoleh sistem persamaan berikut.

$$a + b - c = 1 \quad \dots (1)$$

$$2a - b + 3c = 13 \quad \dots (2)$$

$$a + 3b + 2c = 0 \quad \dots (3)$$

Eliminasi a dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{rcl} a + b - c = 1 & \left| \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 1 \end{array} \right. & \begin{array}{l} 2a + 2b - 2c = 2 \\ 2a - b + 3c = 13 \end{array} \\ \hline 2a - b + 3c = 13 & & \hline \hline & & 3b - 5c = -11 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi a dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} a + b - c = 1 & & \\ \hline a + 3b + 2c = 0 & & - \\ \hline -2b - 3c = 1 & & \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi b dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} 3b - 5c = -11 & \left| \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 3 \end{array} \right. & \begin{array}{l} 6b - 10c = -22 \\ -6b - 9c = 3 \end{array} \\ \hline -2b - 3c = 1 & & \hline \hline & & -19c = -19 \\ & & c = 1 \end{array}$$

Substitusi $c = 1$ ke persamaan (5)

$$-2b - 3c = 1$$

$$\Leftrightarrow -2b - 3 \cdot 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow -2b - 3 = 1$$

$$\Leftrightarrow -2b = 1 + 3$$

$$\Leftrightarrow -2b = 4$$

$$\Leftrightarrow b = -2$$

Dari $c = 1$ diperoleh $y^2 = 1$ maka $y = -1$ atau $y = 1$

Dari $b = xy$ diperoleh $-2 = xy$

Untuk $y = -1$ maka $-2 = x(-1) \Leftrightarrow x = 2$

Untuk $y = 1$ maka $-2 = x \cdot 1 \Leftrightarrow x = -2$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{(-2, 1), (2, -1)\}$

45. Carilah himpunan penyelesaian dari setiap sistem persamaan berikut

$$\begin{cases} z - x = -2xz \\ 2y - 3x = -2yz \\ x - 2y = -2xy \end{cases}$$

Pembahasan

Sederhanakan dulu bentuk aljabar

$$z - x = -2xz \Leftrightarrow \frac{z}{xz} - \frac{x}{xz} = \frac{-2xz}{xz} \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{z} = -2$$

$$2y - 3x = -2yz \Leftrightarrow \frac{2y}{yz} - \frac{3x}{yz} = -\frac{2yz}{yz} \Leftrightarrow \frac{2}{z} - \frac{3}{y} = -2$$

$$x - 2y = -2xy \Leftrightarrow \frac{x}{xy} - \frac{2y}{xy} = \frac{-2xy}{xy} \Leftrightarrow \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = -2$$

Misalkan $a = \frac{1}{x}$, $b = \frac{1}{y}$ dan $c = \frac{1}{z}$

Maka diperoleh persamaan baru berikut

$$a - c = -2 \quad \dots (1)$$

$$2c - 3b = -2 \quad \dots (2)$$

$$b - 2a = -2 \quad \dots (3)$$

Sistem persamaan akan diselesaikan dengan metode substitusi

Dari persamaan (1) diperoleh

$$a - c = -2 \Leftrightarrow c = a + 2 \quad \dots (4)$$

Dari persamaan (3) diperoleh

$$b - 2a = -2 \Leftrightarrow b = 2a - 2 \quad \dots (5)$$

Substitusi $c = a + 2$ dan $b = 2a - 2$ ke dalam persamaan (2)

$$2c - 3b = -2$$

$$\Leftrightarrow 2(a + 2) - 3(2a - 2) = -2$$

$$\Leftrightarrow 2a + 4 - 6a + 6 = -2$$

$$\Leftrightarrow -4a + 10 = -2$$

$$\Leftrightarrow -4a = -12$$

$$\Leftrightarrow a = 3$$

Substitusi $a = 3$ ke persamaan (4)

$$c = a + 2 = 3 + 2 = 5$$

Substitusi $a = 3$ ke persamaan (5)

$$b = 2a - 2 = 2 \cdot 3 - 2 = 6 - 2 = 4$$

$$\text{Dari } a = 3 \text{ diperoleh } \frac{1}{x} = 3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\text{Dari } b = 4 \text{ diperoleh } \frac{1}{y} = 4 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}$$

$$\text{Dari } c = 5 \text{ diperoleh } \frac{1}{z} = 5 \Leftrightarrow z = \frac{1}{5}$$

Jadi, Himpunan penyelesaian = $\{(x, y, z)\} = \left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}\right)\right\}$

E. Banyak Kemungkinan Penyelesaian SPLTV

46. Tentukan banyak penyelesaian dari sistem persamaan berikut

$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 15 \\ 4x - 2y + 4z = 30 \\ 6x - 3y + 12z = 45 \end{cases}$$

Pembahasan

$$2x - y + 4z = 15 \quad \dots (1)$$

$$4x - 2y + 4z = 30 \quad \dots (2)$$

$$6x - 3y + 12z = 45 \quad \dots (3)$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 2x - y + 4z = 15 \\ 4x - 2y + 4z = 30 \quad - \\ \hline -2x + y = -15 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} 2x - y + 4z = 15 \quad | \times 3 \\ 6x - 3y + 12z = 45 \\ 6x - 3y + 12z = 45 \quad | \times 1 \quad - \\ \hline 0 = 0 \quad \dots (4) \end{array}$$

Karena terdapat pasangan yang bernilai $0 = 0$, maka SPLTV memiliki banyak penyelesaian. Jadi, SPLTV memiliki banyak penyelesaian

Metode Alternatif

$$2x - y + 4z = 15 \quad \dots (1)$$

$$4x - 2y + 4z = 30 \quad \dots (2) \text{ dibagi 2 diperoleh } 2x - y + 4z = 15$$

$$6x - 3y + 12z = 45 \quad \dots (3) \text{ dibagi 3 diperoleh } 2x - y + 4z = 15$$

Jadi ketiga pernyataan bernilai sama, maka SPLTV memiliki banyak penyelesaian.

Jika ingin ditentukan penyelesaian umum maka kita dapat mengambil parameter, misalkan $x = t$

Dari persamaan (4) diperoleh

$$-2x + y = -15$$

$$\Leftrightarrow -2t + y = -15$$

$$\Leftrightarrow y = -15 + 2t$$

Tentukan nilai z dengan substitusi $x = t$ dan $y = -15 + 2t$ ke dalam persamaan (1)

$$2x - y + 4z = 15$$

$$\Leftrightarrow 2t - (-15 + 2t) + 4z = 15$$

$$\Leftrightarrow 2t + 15 - 2t + 4z = 15$$

$$\Leftrightarrow 15 + 4z = 15$$

$$\Leftrightarrow z = 0$$

Jadi, penyelesaian umum $(t, -15 + 2t, 0)$ dengan $t \in R$

47. Tentukan banyak penyelesaian dari sistem persamaan berikut

$$\begin{cases} 2x + 6y - 10z = 4 \\ x + 3y - 5z = 4 \\ 6x + 12y - 20z = 12 \end{cases}$$

Pembahasan

$$2x + 6y - 10z = 4 \quad \dots (1)$$

$$x + 3y - 5z = 4 \quad \dots (2)$$

$$6x + 12y - 20z = 12 \quad \dots (3)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r|l} 2x + 6y - 10z = 4 & \times 1 \\ x + 3y - 5z = 4 & \times 2 \\ \hline & 0 = -4 \end{array} -$$

Sepasang persamaan menghasilkan pernyataan yang salah, maka SPLTV tidak memiliki penyelesaian.

Jadi, SPLTV tidak memiliki penyelesaian.

Metode alternatif

Jika paling sedikit ada sepasang (dua) persamaan yang ruas kirinya sama, tetapi ruas kanannya berbeda, maka sistem tidak memiliki penyelesaian

Dari persamaan (1) jika disederhanakan $2x + 6y - 10z = 4$ menjadi $x + 3y - 5z = 2$

Sedangkan di persamaan (2) diketahui $x + 3y - 5z = 4$

Terlihat ruas kiri sama yaitu $x + 3y - 5z$ tetapi ruas kanan tidak sama yaitu 2 dan 4, maka SPLTV tidak memiliki penyelesaian.

48. Tentukan banyak penyelesaian dari sistem persamaan berikut

$$\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 3x - 6y + 3z = 3 \\ 5x - 10y + 5z = 5 \end{cases}$$

Pembahasan

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r|l} x - 2y + z = 1 & \times 3 \\ 3x - 6y + 3z = 3 & \times 1 \\ \hline & 0 = 0 \end{array} -$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r|l} x - 2y + z = 1 & \times 5 \\ 5x - 10y + 5z = 5 & \times 1 \\ \hline & 0 = 0 \end{array} -$$

Dari hasil eliminasi menghasilkan pernyataan $0=0$, maka SPLTV memiliki banyak penyelesaian.

Jadi, SPLTV memiliki banyak penyelesaian.

Dengan Bentuk umum penyelesaian sistem persamaan adalah $(1 + 2y - z, y, z)$ dengan $y \in R, z \in R$

49. Tentukan banyak penyelesaian dari sistem persamaan berikut

$$\begin{cases} x + 2y - 5z = 16 \\ 3x - 3y + 2z = 4 \\ 2x - 2y - 4z = 8 \end{cases}$$

Pembahasan

Gunakan metode alternatif.

Sederhanakan persamaan (3)

$2x - 2y - 4z = 8$ bagi 2 diperoleh $x - y - 2z = 4$

Tidak ada di antara ketiga persamaan yang sama ruas kirinya, sehingga SPLTV memiliki satu penyelesaian

Jadi, SPLTV memiliki tepat satu penyelesaian.

50. Tentukan banyak penyelesaian dari sistem persamaan berikut

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 5 & \dots (1) \\ x + 2y + z = 8 & \dots (2) \\ 3x + 3y - 2z = 13 & \dots (3) \end{cases}$$

Pembahasan

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y - 3z = 5 & | \times 1 & 2x + y - 3z = 5 \\ x + 2y + z = 8 & | \times 2 & 2x + 4y + 2z = 16 \quad - \\ \hline & & -3y - 5z = -11 \quad \text{Kali } -1 \\ & & 3y + 5z = 11 \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} x + 2y + z = 8 & | \times 3 & 3x + 6y + 3z = 24 \\ 3x + 3y - 2z = 13 & | \times 1 & 3x + 3y - 2z = 13 \quad - \\ \hline & & 3y + 5z = 11 \end{array}$$

Terlihat dari hasil eliminasi persamaan yang dihasilkan sama yaitu $3y + 5z = 11$

Jadi, SPLTV memiliki banyak penyelesaian.

Misalkan $z = t$. Dari hasil eliminasi dapat diperoleh

$$\begin{aligned} 3y + 5t &= 11 \\ \Leftrightarrow 3y &= 11 - 5t \\ \Leftrightarrow y &= \frac{11 - 5t}{3} \end{aligned}$$

Untuk memperoleh nilai x substitusi $y = \frac{11-5t}{3}$ dan $z = t$ ke dalam persamaan (2)

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 8 \\ \Leftrightarrow x + 2\left(\frac{11 - 5t}{3}\right) + t &= 8 \\ \Leftrightarrow x + \frac{22 - 10t}{3} + t &= 8 \\ \Leftrightarrow x &= 8 - \frac{22 - 7t}{3} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2 + 7t}{3} \end{aligned}$$

Jadi, Penyelesaian umum $\left(\frac{2+7t}{3}, \frac{11-5t}{3}, t\right)$. Karena hanya terdapat satu variabel dalam penyelesaian, yaitu t , maka ketiga bidang saling berpotongan pada satu garis.

51. Tentukan banyak penyelesaian dari sistem persamaan berikut

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 5 \\ 4x + 2y - 6z = 10 \\ 6x + 3y - 2z = 15 \end{cases}$$

Pembahasan

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y - 3z = 5 & | \times 2 & 4x + 2y - 6z = 10 \\ 4x + 2y - 6z = 10 & | \times 1 & 4x + 2y - 6z = 10 \quad - \\ \hline & & 0 = 0 \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y - 3z = 5 & | \times 3 & 6x + 3y - 9z = 15 \\ 6x + 3y - 2z = 15 & | \times 1 & 6x + 3y - 2z = 15 \quad - \\ \hline & & -7z = 0 \\ & & z = 0 \end{array}$$

Sepasang persamaan menghasilkan pernyataan $0=0$, maka SPLTV memiliki banyak penyelesaian.

Jadi, SPLTV memiliki banyak penyelesaian.

Dari eliminasi persamaan (1) dan (3) diperoleh $z = 0$

Substitusi $z = 0$ ke dalam persamaan (1) yaitu $2x + y - 3z = 5$

$$\Leftrightarrow 2x + y - 0 = 5$$

$$\Leftrightarrow y = 5 - 2x$$

Penyelesaian $(x, 5 - 2x, 0)$ untuk $x \in R$ dapat pula ditulis menjadi $(\frac{5-y}{2}, y, 0)$ untuk $y \in R$

F. Aplikasi Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

52. Modal Andi : Modal Bayu = 2 : 3. Modal Bayu dan modal Cakra berbanding 6 : 5. Apabila Andi dan Bayu bersama-sama mempunyai Rp1.500.000,00 lebih banyak dari Cakra. berapakah modal Andi, modal Bayu dan modal Cakra?

Pembahasan

Misalkan jumlah modal Andi = a , modal Bayu = b dan modal Cakra = c .

Dari informasi modal Andi : modal Bayu = 2 : 3 diperoleh

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}b$$

Dari informasi modal Bayu dan modal Cakra berbanding 6 : 5 diperoleh

$$\frac{b}{c} = \frac{6}{5} \Leftrightarrow c = \frac{5}{6}b$$

Dari informasi Andi dan Bayu bersama-sama mempunyai Rp1.500.000,00 lebih banyak dari Cakra diperoleh

$$a + b = c + 1.500.000$$

Sehingga diperoleh sistem persamaan linear tiga variabel berikut

$$a = \frac{2}{3}b \quad \dots (1)$$

$$c = \frac{5}{6}b \quad \dots (2)$$

$$a + b = c + 1.500.000 \quad \dots (3)$$

Substitusi persamaan (1) dan (2) ke dalam persamaan (3)

$$a + b = c + 1.500.000$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}b + b = \frac{5}{6}b + 1.500.000$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{3}b = \frac{5}{6}b + 1.500.000$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{3}b - \frac{5}{6}b = 1.500.000$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{6}b = 1.500.000$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{6 \times 1.500.000}{5}$$

$$\Leftrightarrow b = 1.800.000$$

Substitusi $b = 1.800.000$ ke dalam persamaan (1)

$$a = \frac{2}{3}b$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2}{3} \times 1.800.000 = 1.200.000$$

Substitusi $b = 1.800.000$ ke dalam persamaan (2)

$$c = \frac{5}{6}b$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{5}{6} \times 1.800.000 = 1.500.000$$

Jadi, besar modal Andi Rp1.200.000,00 Bayu Rp1.800.000,00 dan Cakra Rp1.500.000,00

53. Keliling sebuah segitiga adalah 26 cm. Sisi terbesar lebih pendek 2 cm dari jumlah kedua sisi lainnya. Apabila sisi terbesar lebih panjang 4 cm dari sisi tengahnya, tentukan panjang ketiga sisi segitiga itu?

Pembahasan

Misalkan sisi-sisi segitiga tersebut yang terpendek = a , sisi tengah = b dan sisi terpanjang = c

Dari informasi keliling sebuah segitiga adalah 26 cm diperoleh

$$a + b + c = 26$$

Dari informasi sisi terbesar lebih pendek 2 cm dari jumlah kedua sisi lainnya diperoleh

$$c + 2 = a + b$$

Dari informasi sisi terbesar lebih panjang 4 cm dari sisi tengahnya diperoleh

$$c - 4 = b$$

Diperoleh sistem persamaan linear tiga variabel berikut

$$a + b + c = 26 \quad \dots (1)$$

$$c + 2 = a + b \quad \dots (2)$$

$$c - 4 = b \quad \dots (3)$$

Variabel c terlihat dari ketiga persamaan, maka kita nyatakan variabel a dan b dalam variabel c .

Substitusi persamaan (2) ke dalam persamaan (1)

$$a + b + c = 26$$

$$\Leftrightarrow c + 2 + c = 26$$

$$\Leftrightarrow 2c + 2 = 26$$

$$\Leftrightarrow 2c = 26 - 2$$

$$\Leftrightarrow 2c = 24$$

$$\Leftrightarrow c = 12$$

Substitusi $c = 12$ ke dalam persamaan (3)

$$c - 4 = b$$

$$\Leftrightarrow 12 - 4 = b$$

$$\Leftrightarrow 8 = b$$

Substitusi $b = 8$ dan $c = 12$ ke dalam persamaan (1)

$$a + b + c = 26$$

$$\Leftrightarrow a + 8 + 12 = 26$$

$$\Leftrightarrow a + 20 = 26$$

$$\Leftrightarrow a = 26 - 20$$

$$\Leftrightarrow a = 6$$

Jadi, panjang sisi-sisi segitiga yang terpendek 6 cm, tengah 8 cm dan terpanjang 12 cm.

54. Jumlah tiga bilangan adalah 18. Bilangan ketiga adalah dua kali bilangan pertama dan 2 lebihnya dari dua kali bilangan kedua. Tentukan bilangan-bilangan tersebut.

Pembahasan

Misalkan bilangan pertama, kedua dan ketiga berturut-turut adalah x, y dan z

Dari informasi Jumlah tiga bilangan adalah 18 diperoleh

$$x + y + z = 18$$

Dari informasi bilangan ketiga adalah dua kali bilangan pertama diperoleh

$$z = 2x$$

Dari informasi bilangan ketiga 4 lebihnya dari bilangan kedua diperoleh

$$z = y + 2$$

Diperoleh sistem persamaan tiga variabel berikut

$$\begin{cases} x + y + z = 18 \dots (1) \\ z = 2x \dots (2) \\ z = y + 2 \dots (3) \end{cases}$$

Terlihat dari ketiga persamaan variabel z , sehingga variabel x dan y lebih mudah dinyatakan dalam variabel z

Dari persamaan (2) diperoleh

$$z = 2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}z \dots (4)$$

Dari persamaan (3) diperoleh

$$z = y + 2 \Leftrightarrow y = z - 2 \dots (5)$$

Substitusi x dari persamaan (4) dan y dari persamaan (5) ke dalam persamaan (1) diperoleh

$$x + y + z = 18$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}z + (z - 2) + z = 18$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}z + z + z = 18 + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}z = 20$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2 \cdot 20}{5}$$

$$\Leftrightarrow z = 8$$

Substitusi $z = 8$ ke dalam persamaan (4) diperoleh $x = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$

Substitusi $z = 8$ ke dalam persamaan (5) diperoleh $y = 8 - 2 = 6$

Jadi, ketiga bilangan tersebut adalah 4, 6 dan 8

55. Tiga bilangan mempunyai rata-rata 21 sedangkan selisih antara bilangan tengah dan bilangan terkecil adalah 9. Bilangan tengah dikurang 3 sama dengan selisih bilangan terbesar dan terkecil. Tentukan bilangan terkecil!

Pembahasan

Misalkan bilangan terkecil x , bilangan tengah y dan bilangan terbesar z

Dari informasi tiga bilangan mempunyai rata-rata 21 diperoleh

$$\frac{x + y + z}{3} = 21 \Leftrightarrow x + y + z = 63$$

Dari informasi selisih antara bilangan tengah dan bilangan terkecil adalah 9 diperoleh

$$y - x = 9 \Leftrightarrow y = x + 9$$

Dari informasi bilangan tengah dikurang 3 sama dengan selisih bilangan terbesar dan terkecil diperoleh

$$y - 3 = z - x \Leftrightarrow y = z - x + 3$$

Diperoleh sistem persamaan linear tiga variabel berikut

$$x + y + z = 63 \quad \dots (1)$$

$$y = x + 9 \quad \dots (2)$$

$$y = z - x + 3 \quad \dots (3)$$

Substitusi y dari persamaan (2) ke dalam persamaan (3)

$$y = z - x + 3$$

$$\Leftrightarrow x + 9 = z - x + 3$$

$$\Leftrightarrow x + 9 + x - 3 = z$$

$$\Leftrightarrow 2x + 6 = z \quad \dots (4)$$

Substitusi z dari persamaan (4) dan y dari persamaan (2) ke dalam persamaan (1)

$$x + y + z = 63$$

$$\Leftrightarrow x + (x + 9) + (2x + 6) = 63$$

$$\Leftrightarrow 4x + 15 = 63$$

$$\Leftrightarrow 4x = 63 - 15$$

$$\Leftrightarrow 4x = 48$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{48}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

Jadi, bilangan terkecil adalah 12

56. Dalam sebuah kotak terdapat 40 bola yang terdiri dari 3 ukuran berbeda. Berat bola besar 60 gram, berat bola sedang 56 gram, dan berat bola kecil 32 gram. Berat total bola dalam kotak tersebut adalah 2,2 kg. Jika banyaknya bola sedang tiga kali banyaknya bola kecil, tentukan banyaknya bola besar dalam kotak tersebut

Pembahasan

Misalkan banyak bola berukuran kecil, sedang dan kecil berturut-turut adalah x , y dan z
Dari informasi dalam sebuah kotak terdapat 40 bola yang terdiri dari 3 ukuran berbeda diperoleh

$$x + y + z = 40$$

Dari informasi berat total bola dalam kotak tersebut adalah 2,2 kg (2200 gram)

$$32x + 56y + 60z = 2200 \Leftrightarrow 8x + 14y + 15z = 550$$

Dari informasi banyaknya bola sedang tiga kali banyaknya bola kecil diperoleh

$$y = 3x \Leftrightarrow 3x - y = 0$$

Diperoleh sistem persamaan tiga variabel berikut

$$x + y + z = 40 \quad \dots (1)$$

$$8x + 14y + 15z = 550 \quad \dots (2)$$

$$3x - y = 0 \quad \dots (3)$$

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 40 \\ \underline{3x - y = 0} \quad + \\ 4x + z = 40 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi y dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} 8x + 14y + 15z = 550 \\ 3x - y = 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 14 \end{array} \right. \begin{array}{r} 8x + 14y + 15z = 550 \\ 42x - 14y = 0 \end{array} \begin{array}{l} \\ + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50x + 15z = 550 \\ \underline{10x + 3z = 110} \end{array} \begin{array}{l} \text{Bagi 5} \\ \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 4x + z = 40 \quad \times 5 \quad 20x + 5z = 200 \\ 10x + 3z = 110 \quad \times 2 \quad 20x + 6z = 220 \quad - \\ \hline -z = -20 \\ z = 20 \end{array}$$

Jadi, banyak bola besar dalam kotak 20 bola

57. Jika Arman dan Bima bekerja sama, mereka dapat menyelesaikan pekerjaan selama 12 hari. Jika Bima dan Dila bekerja sama dapat menyelesaikan pekerjaan selama 9 hari. Sementara itu jika Arman, Bima dan Dila bekerja sama dapat menyelesaikan pekerjaan selama 6 hari. Berapa waktu yang diperlukan Arman, Bima dan Dila jika bekerja sendiri sendiri

Pembahasan

Misalkan Arman, Bima dan Dila membutuhkan masing-masing a hari, b hari dan c hari untuk menyelesaikan pekerjaan itu sendiri-sendiri. Dalam 1 hari mereka masing-masing menyelesaikan $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, dan $\frac{1}{c}$ pekerjaan.

$$\text{Kecepatan kerja} = \frac{\text{banyak pekerjaan}}{\text{waktu kerja}}$$

Dari informasi Arman dan Bima bekerja sama, mereka dapat menyelesaikan pekerjaan selama 12 hari diperoleh persamaan

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12}$$

Dari informasi Bima dan Dila bekerja sama dapat menyelesaikan pekerjaan selama 9 hari diperoleh persamaan

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{9}$$

Dari informasi Arman, Bima dan Dila bekerja sama dapat menyelesaikan pekerjaan selama 6 hari diperoleh persamaan

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6}$$

Sehingga diperoleh sistem persamaan tiga variabel berikut

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12} \quad \dots (1)$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{9} \quad \dots (2)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6} \quad \dots (3)$$

Dari persamaan (1) dan (3) diperoleh

$$\begin{array}{r} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6} \\ \phantom{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6}} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12} \quad - \\ \hline \phantom{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6}} \phantom{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12}} \frac{1}{d} = \frac{1}{12} \\ \phantom{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6}} \phantom{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12}} d = 12 \end{array}$$

Dari persamaan (2) dan (3) diperoleh

$$\begin{array}{r} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{9} \quad - \\ \hline \frac{1}{a} = \frac{1}{18} \\ a = 18 \end{array}$$

Substitusi $a = 18$ dan $d = 12$ ke dalam persamaan (3)

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d} &= \frac{1}{6} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{18} + \frac{1}{b} + \frac{1}{12} &= \frac{1}{6} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{b} &= \frac{1}{6} - \frac{1}{18} - \frac{1}{12} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{b} &= \frac{6}{36} - \frac{2}{36} - \frac{3}{36} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{b} &= \frac{1}{36} \\ \Leftrightarrow b &= 36 \end{aligned}$$

Jadi, waktu yang diperlukan untuk bekerja sendiri-sendiri Arman 18 hari, Bima 36 hari dan Dila 12 hari.

58. Jumlah usia Amin, Burhan, dan Candra sama dengan 55 tahun. Dua kali usia Amin ditambah usia Burhan sama dengan empat tahun lebihnya dari dua kali usia Candra. Usia Amin dikurang setengah usia Burhan sama dengan 5 tahun kurangnya dari setengah usia Candra. Tentukan usia Amin, Burhan, dan Candra masing masing!

Pembahasan

Misalkan usia Amin, Burhan, dan Candra berturut-turut adalah A, B dan C

Dari keterangan jumlah usia Amin, Burhan, dan Candra sama dengan 55 tahun diperoleh persamaan

$$A + B + C = 55$$

Dari keterangan dua kali usia Amin ditambah usia Burhan sama dengan empat tahun lebihnya dari dua kali usia Candra diperoleh persamaan

$$2A + B = 4 + 2C \Leftrightarrow 2A + B - 2C = 4$$

Dari keterangan usia Amin dikurang setengah usia Burhan sama dengan 5 tahun kurangnya dari setengah usia Candra diperoleh persamaan

$$A - \frac{1}{2}B = \frac{1}{2}C - 5 \Leftrightarrow 2A - B - C = -10$$

Sehingga diperoleh sistem persamaan tiga variabel

$$A + B + C = 55 \quad \dots (1)$$

$$2A + B - 2C = 4 \quad \dots (2)$$

$$2A - B - C = -10 \quad \dots (3)$$

Eliminasi B dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} A + B + C = 55 \\ 2A + B - 2C = 4 \quad - \\ \hline -A + 3C = 51 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi B dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} A + B + C = 55 \\ 2A - B - C = -10 \quad + \\ \hline 3A = 45 \\ A = 15 \end{array}$$

Substitusi $A = 15$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{aligned} -A + 3C &= 51 \\ \Leftrightarrow -15 + 3C &= 51 \\ \Leftrightarrow 3C &= 51 + 15 \\ \Leftrightarrow 3C &= 66 \\ \Leftrightarrow C &= 22 \end{aligned}$$

Substitusi $A = 15$ dan $C = 22$ ke dalam persamaan (1)

$$\begin{aligned} A + B + C &= 55 \\ \Leftrightarrow 15 + B + 22 &= 55 \\ \Leftrightarrow 37 + B &= 55 \\ \Leftrightarrow B &= 55 - 37 \\ \Leftrightarrow B &= 18 \end{aligned}$$

Jadi, usia Amin 15 tahun, Burhan 18 tahun dan Candra 22 tahun.

59. Di dalam dompet Yuda terdapat uang lima ribuan, seribuan dan lima ratusan yang berjumlah Rp30.000,00. Jumlah uang lima ratusan dan lima ribuan adalah Rp20.000,00 lebihnya dari uang seribuan. Selisih banyaknya uang lima ribuan dan uang seribuan sama dengan banyaknya uang lima ratusan. Tentukan banyak uang itu masing masing!

Pembahasan

Misalkan banyak uang lima ribuan x , seribuan y dan lima ratusan z

Dari informasi jumlah uang lima ribuan, seribuan dan lima ratusan Rp30.000,00 diperoleh

$$x + y + z = 30.000$$

Dari informasi jumlah uang lima ratusan dan lima ribuan adalah Rp20.000,00 lebihnya dari uang seribuan diperoleh

$$z + x = y + 20.000 \Leftrightarrow x - y + z = 20.000$$

Dari informasi selisih banyaknya uang lima ribuan dan uang seribuan sama dengan banyaknya uang lima ratusan diperoleh

$$x - y = z \Leftrightarrow x - y - z = 0$$

Sehingga sistem persamaan linear tiga variabel dari masalah di atas

$$\begin{array}{l} x + y + z = 30.000 \quad \dots (1) \\ x - y + z = 20.000 \quad \dots (2) \\ x - y - z = 0 \quad \dots (3) \end{array}$$

Perkurangkan persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 30.000 \\ x - y + z = 20.000 \quad - \\ \hline 2y = 10.000 \\ y = 5.000 \end{array}$$

Jumlahkan persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 30.000 \\ x - y - z = 0 \quad + \\ \hline 2x = 30.000 \\ x = 15.000 \end{array}$$

Perkurangkan persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} x - y + z = 20.000 \\ x - y - z = 0 \\ \hline 2z = 20.000 \\ z = 10.000 \end{array} \quad -$$

Jadi, Uang lima ribuan senilai Rp15.000,00; uang seribuan Rp5.000,00 dan uang lima ratusan Rp10.000,00

60. Yuda berkata kepada Laras “Berikan saya Rp5.000 dan uang saya menjadi 2 kali dari uang yang ada padamu”. Laras berkata pada Dinda “Berikan saya Rp15.000 dan uang saya menjadi 4 kali banyak uangmu”. Dinda berkata pada Yuda “kalau kamu memberikan Rp110.000 kepada saya, maka uang kita akan sama banyaknya. Berapakah uang mereka masing masing?

Pembahasan

Misalkan jumlah uang Yuda, Laras dan Dinda berturut-turut adalah x , y dan z

Dari ucapan Yuda kepada Laras diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned} x + 5.000 &= 2(y - 5.000) \\ \Leftrightarrow x &= 2y - 10.000 - 5.000 \\ \Leftrightarrow x &= 2y - 15.000 \quad \dots (1) \end{aligned}$$

Dari ucapan Laras kepada Dinda diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned} y + 15.000 &= 4(z - 15.000) \\ \Leftrightarrow y &= 4z - 60.000 - 15.000 \\ \Leftrightarrow y &= 4z - 75.000 \quad \dots (2) \end{aligned}$$

Dari ucapan Dinda kepada Yuda diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned} z + 110.000 &= x - 110.000 \\ \Leftrightarrow z &= x - 110.000 - 110.000 \\ \Leftrightarrow z &= x - 220.000 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

Substitusi x pada persamaan (1) ke dalam persamaan (3)

$$\begin{aligned} z &= x - 220.000 \\ \Leftrightarrow z &= 2y - 15.000 - 220.000 \\ \Leftrightarrow z &= 2y - 235.000 \quad \dots (4) \end{aligned}$$

Substitusi z pada persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$\begin{aligned} y &= 4z - 75.000 \\ \Leftrightarrow y &= 4(2y - 235.000) - 75.000 \\ \Leftrightarrow y &= 8y - 940.000 - 75.000 \\ \Leftrightarrow y &= 8y - 1.015.000 \\ \Leftrightarrow 7y &= 1.015.000 \\ \Leftrightarrow y &= \frac{1.015.000}{7} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow y = 145.000$$

Substitusi $y = 145.000$ ke persamaan (4)

$$\begin{aligned} z &= 2y - 235.000 \\ \Leftrightarrow z &= 2(145.000) - 235.000 \\ \Leftrightarrow z &= 290.000 - 235.000 \\ \Leftrightarrow z &= 55.000 \end{aligned}$$

Substitusi $y = 145.000$ ke persamaan (1)

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow x &= 2y - 15.000 \\ \Leftrightarrow x &= 2(145.000) - 15.000 \\ \Leftrightarrow x &= 290.000 - 15.000 \\ \Leftrightarrow x &= 275.000 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah uang Yuda Rp275.000,00; Laras Rp145.000 dan Dinda Rp55.000

61. Bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$ mempunyai nilai 3 untuk $x = 1$, 16 untuk $x = 2$, dan -4 untuk $x = 0$, tentukan nilai a , b , dan c .

Pembahasan

Bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$ mempunyai nilai 3 untuk $x = 1$, diperoleh persamaan

$$a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 3 \Leftrightarrow a + b + c = 3 \quad \dots (1)$$

Bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$ mempunyai nilai 16 untuk $x = 2$, diperoleh persamaan

$$a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 16 \Leftrightarrow 4a + 2b + c = 16 \quad \dots (2)$$

Bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$ mempunyai nilai -4 untuk $x = 0$, diperoleh persamaan

$$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -4 \Leftrightarrow c = -4 \quad \dots (3)$$

Substitusi $c = -4$ ke dalam persamaan (1)

$$a + b + c = 3$$

$$\Leftrightarrow a + b + (-4) = 3$$

$$\Leftrightarrow a + b = 3 + 4$$

$$\Leftrightarrow a + b = 7 \quad \dots (4)$$

Substitusi $c = -4$ ke dalam persamaan (2)

$$4a + 2b + c = 16$$

$$\Leftrightarrow 4a + 2b + (-4) = 16$$

$$\Leftrightarrow 4a + 2b = 16 + 4$$

$$\Leftrightarrow 4a + 2b = 20$$

$$\Leftrightarrow 2a + b = 10 \quad \dots (5)$$

Eliminasi b dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} a + b = 7 \\ 2a + b = 10 \quad - \\ \hline -a = -3 \\ a = 3 \end{array}$$

Substitusi $a = 3$ ke dalam persamaan (4)

$$a + b = 7$$

$$\Leftrightarrow 3 + b = 7$$

$$\Leftrightarrow b = 7 - 3$$

$$\Leftrightarrow b = 4$$

Jadi, nilai $a = 3$, $b = 4$ dan $c = -4$

62. Tiga tukang cat, Joni, Deni dan Ari yang biasa bekerja secara bersama-sama. Mereka dapat mengecat eksterior (bagian luar) sebuah rumah dalam waktu 10 jam kerja. Pengalaman Deni dan Ari pernah bersama-sama mengecat rumah yang serupa dalam waktu 15 jam kerja. Suatu hari, ketiga tukang cat ini bekerja mengecat rumah serupa selama 4 jam kerja. Setelah itu, Ari pergi karena ada suatu keperluan mendadak. Joni dan Deni memerlukan tambahan waktu 8 jam kerja lagi untuk menyelesaikan pengecatan rumah. Tentukan waktu yang dibutuhkan masing-masing tukang cat, jika masing-masing bekerja sendirian.

Pembahasan

Misalkan waktu yang dibutuhkan Joni, Deni, dan Ari masing-masing adalah j , d dan a . Kecepatan Joni, deni dan Ari menyelesaikan suatu pekerjaan mengecat rumah masing-masing adalah $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$, dan $\frac{1}{z}$

$$\text{Kecepatan kerja} = \frac{\text{banyak pekerjaan}}{\text{waktu kerja}}$$

Joni, Deni, dan Ari dapat mengecat eksterior (bagian luar) sebuah rumah dalam waktu 10 jam kerja

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10} \quad \dots (1)$$

Deni dan Ari pernah bersama-sama mengecat rumah yang serupa dalam waktu 15 jam kerja

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15} \quad \dots (2)$$

Suatu hari, ketiga tukang cat ini bekerja mengecat rumah serupa selama 4 jam kerja. Setelah itu, Ari pergi karena ada suatu keperluan mendadak. Misalkan jumlah pekerjaan yang selesai adalah a

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{a}{4} \quad \dots (3)$$

Joni dan Deni memerlukan tambahan waktu 8 jam kerja lagi untuk menyelesaikan pengecatan rumah

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1-a}{8} \quad \dots (4)$$

Substitusi persamaan (2) ke dalam persamaan (1)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{30}$$

$$\Leftrightarrow x = 30$$

Dari persamaan (1) dan (3)

$$\frac{a}{4} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow a = \frac{2}{5}$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (1)

$$\frac{1-a}{8} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \frac{2}{5}}{8} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{3}{5}}{8} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{40} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{10} - \frac{3}{40}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{40}$$

$$\Leftrightarrow z = 40$$

Substitusi $z = 40$ ke dalam persamaan (2)

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{y} + \frac{1}{40} = \frac{1}{15}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{1}{y} &= \frac{1}{15} - \frac{1}{40} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{y} &= \frac{8}{120} - \frac{3}{120} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{y} &= \frac{5}{120} \\ \Leftrightarrow y &= \frac{120}{5} \\ \Leftrightarrow y &= 24 \end{aligned}$$

Jadi, waktu yang dibutuhkan bekerja sendirian bagi Joni, Deni dan Ari berturut-turut adalah 30 hari, 24 hari dan 40 hari.

63. Harga tiket suatu pertunjukan adalah Rp60.000,00 untuk dewasa, Rp35.000,00 untuk pelajar dan Rp25.000,00 untuk anak di bawah 12 tahun. Pada pertunjukan seni dan budaya telah terjual 278 tiket dengan total penerimaan Rp13.000.000,00 jika banyak tiket untuk dewasa yang telah terjual 10 tiket lebih sedikit dari dua kali banyak tiket pelajar yang terjual. Hitunglah banyak tiket yang terjual untuk masing masing tiket.

Pembahasan

Misalkan banyak tiket yang terjual untuk dewasa, pelajar, anak di bawah umur 12 tahun berturut-turut adalah x , y dan z .

Harga tiket suatu pertunjukan adalah Rp60.000,00, untuk dewasa, Rp35.000,00 untuk pelajar Rp25.000,00 untuk anak di bawah 12 tahun dengan total penerimaan Rp13.000.000,00

$$60.000x + 35.000y + 25.000z = 13.000.000 \Leftrightarrow 12x + 7y + 5z = 2.600 \dots (1)$$

Tiket yang terjual 278

$$x + y + z = 278 \dots (2)$$

Banyak tiket untuk dewasa yang telah terjual 10 tiket lebih sedikit dari dua kali banyak tiket pelajar yang terjual

$$x = 2y - 10 \Leftrightarrow x - 2y = -10 \dots (3)$$

Eliminasi z pada persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r|l} 12x + 7y + 5z = 2.600 & \times 1 \\ x + y + z = 278 & \times 5 \\ \hline 12x + 7y + 5z = 2.600 & \\ 5x + 5y + 5z = 1.390 & - \\ \hline 7x + 2y = 1.210 & \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi y pada persamaan (3) dan (4)

$$\begin{array}{r} x - 2y = -10 \\ 7x + 2y = 1.210 \quad + \\ \hline 8x = 1.200 \\ x = 150 \end{array}$$

Substitusi $x = 150$ ke dalam persamaan (3)

$$\begin{aligned} x - 2y &= -10 \\ \Leftrightarrow 150 - 2y &= -10 \\ \Leftrightarrow 150 + 10 &= 2y \\ \Leftrightarrow 2y &= 160 \\ \Leftrightarrow y &= 80 \end{aligned}$$

Substitusi $x = 150$ dan $y = 80$ ke dalam persamaan (2)

$$\Leftrightarrow x + y + z = 278$$

$$\Leftrightarrow 150 + 80 + z = 278$$

$$\Leftrightarrow 230 + z = 278$$

$$\Leftrightarrow z = 278 - 230$$

$$\Leftrightarrow z = 48$$

Jadi, banyak tiket yang terjual untuk dewasa, pelajar, anak di bawah umur 12 tahun berturut-turut adalah 150, 60 dan 48

64. Seekor ikan mas memiliki ekor yang panjangnya sama dengan panjang kepalanya di tambah tiga perlima panjang tubuhnya. Panjang tubuhnya tiga perlima dari panjang keseluruhan ikan. Jika panjang kepala ikan mas adalah 5 cm, berapa panjang keseluruhan tersebut?

Pembahasan

Misalkan panjang ekor adalah e , panjang kepala adalah k dan panjang tubuh ikan adalah t
Seekor ikan mas memiliki ekor yang panjangnya sama dengan panjang kepalanya di tambah tiga perlima panjang tubuhnya

$$e = k + \frac{3}{5}t \quad \dots (1)$$

Panjang tubuhnya tiga perlima dari panjang keseluruhan ikan

$$t = \frac{3}{5}(k + e + t) \quad \dots (2)$$

panjang kepala ikan mas adalah 5 cm

$$k = 5 \quad \dots (3)$$

Substitusi $k = 5$ ke persamaan (1)

$$e = k + \frac{3}{5}t$$

$$\Leftrightarrow e = 5 + \frac{3}{5}t$$

$$\Leftrightarrow 5e - 3t = 25 \quad \dots (4)$$

Substitusi $k = 5$ ke persamaan (2)

$$t = \frac{3}{5}(k + e + t)$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{3}{5}(5 + e + t)$$

$$\Leftrightarrow 2t = 15 + 3e$$

$$\Leftrightarrow 3e - 2t = -15 \quad \dots (5)$$

Eliminasi t dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} 5e - 3t & = & 25 \\ 3e - 2t & = & -15 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{rcl} 10e - 6t & = & 50 \\ 9e - 6t & = & -45 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{rcl} e & = & 95 \end{array} \quad \dots (4)$$

Substitusi $e = 95$ ke dalam persamaan (4)

$$5e - 3t = 25$$

$$\Leftrightarrow 5.95 - 3t = 25$$

$$\Leftrightarrow 475 - 3t = 25$$

$$\Leftrightarrow 3t = 475 - 25$$

$$\Leftrightarrow 3t = 450$$

$$\Leftrightarrow t = 150$$

Jadi, panjang seluruh ikan $s = k + t + e = 5 + 150 + 95 = 250 \text{ cm}$

65. Untuk suatu alasan tiga pelajar Anna, Bob dan Chris mengukur berat badan secara berpasangan. Berat badan Anna dan Bob 226 kg, Bob dan Chris 210kg, serta Anna dan Chris 200kg. Hitung berat badan setiap pelajar tersebut.

Pembahasan

Misalkan berat badan Anna, Bob dan Chris berturut-turut adalah a, b dan c

Berat badan Anna dan Bob 226 kg

$$a + b = 226 \quad \dots (1)$$

Berat badan Bob dan Chris 210 kg

$$b + c = 210 \quad \dots (2)$$

Berat badan Anna dan Chris 200 kg

$$a + c = 200 \quad \dots (3)$$

Jumlahkan persamaan (1), (2) dan (3)

$$(a + b) + (b + c) + (a + c) = 226 + 210 + 200$$

$$\Leftrightarrow 2a + 2b + 2c = 636$$

$$\Leftrightarrow a + b + c = 318 \quad \dots (4)$$

Perkurangkan persamaan (4) dengan (1)

$$(a + b + c) - (a + b) = 318 - 226$$

$$\Leftrightarrow c = 92$$

Perkurangkan persamaan (4) dengan (2)

$$(a + b + c) - (b + c) = 318 - 210$$

$$\Leftrightarrow a = 108$$

Perkurangkan persamaan (4) dengan (3)

$$(a + b + c) - (a + c) = 318 - 200$$

$$\Leftrightarrow b = 118$$

Jadi, berat badan Anna, Bob dan Chris berturut-turut adalah 108 kg, 118 kg dan 92 kg.

66. Sebuah bilangan terdiri dari 3 angka. Jumlah angka-angkanya adalah 9. Angka puluhan seperdua dari angka ratusan. Jika bilangan itu dikurangi 99, maka terjadi sebuah bilangan yang terdiri dari angka-angka bilangan semula, tetapi sekarang dengan susunan terbalik. Berapakah bilangan itu?

Pembahasan

Misalkan bilangan tersebut adalah $a = xyz$

Jumlah angka-angkanya adalah 9

$$x + y + z = 9 \quad \dots (1)$$

Angka puluhan seperdua dari angka ratusan

$$y = \frac{1}{2}x \quad \dots (2)$$

Jika bilangan itu dikurangi 99, maka terjadi sebuah bilangan yang terdiri dari angka-angka bilangan semula, tetapi sekarang dengan susunan terbalik

$$xyz - 99 = zyx$$

$$\Leftrightarrow 100x + 10y + z - 99 = 100z + 10y + x$$

$$\Leftrightarrow 99x - 99z = 99$$

$$\Leftrightarrow x - z = 1$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = z \quad \dots (3)$$

Substitusi y pada persamaan (2) dan z pada persamaan (3) ke dalam persamaan (1)

$$x + y + z = 9$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{2}x + (x - 1) = 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \cdot 2}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

Substitusi $x = 4$ ke dalam persamaan (2)

$$y = \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

Substitusi $x = 4$ ke dalam persamaan (3)

$$z = x - 1 = 4 - 1 = 3$$

Jadi, bilangan tersebut adalah $a = xyz = 432$

67. Harga 4 kg salak, 1 kg jambu, dan 2 kg kelengkeng adalah Rp54.000,00. Harga 1 kg salak, 2 kg jambu dan 2 kg kelengkeng adalah Rp43.000,00. Harga 3 kg salak, 1 kg jambu dan 1 kg kelengkeng adalah Rp37.750,00. Harga 1 kg jambu adalah
- Rp6.500,00
 - Rp7.000,00
 - Rp8.500,00
 - Rp9.250,00
 - Rp9.750,00

Pembahasan

Misalkan harga 1 kg salak, jambu dan kelengkeng berturut-turut adalah x , y dan z

Harga 4 kg salak, 1 kg jambu, dan 2 kg kelengkeng adalah Rp54.000,00, diperoleh persamaan

$$4x + y + 2z = 54.000 \quad \dots (1)$$

Harga 1 kg salak, 2 kg jambu dan 2 kg kelengkeng adalah Rp43.000,00 diperoleh persamaan

$$x + 2y + 2z = 43.000 \quad \dots (2)$$

Harga 3 kg salak, 1 kg jambu dan 1 kg kelengkeng adalah Rp37.750,00 diperoleh persamaan

$$3x + y + z = 37.750 \quad \dots (3)$$

Karena variabel y yang akan ditentukan nilainya, maka variabel y dibuat tetap. Kita akan eliminasi variabel x dan z .

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} 4x + y + 2z = 54.000 \\ x + 2y + 2z = 43.000 \quad - \\ \hline 3x - y = 11.000 \quad \dots (4) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} 4x + y + 2z = 54.000 \quad | \times 1 \quad 4x + y + 2z = 54.000 \\ 3x + y + z = 37.750 \quad | \times 2 \quad 6x + 2y + 2z = 75.500 \quad - \\ \hline -2x - y = -21.500 \quad \dots (5) \end{array}$$

Eliminasi x dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} 3x - y = 11.000 \quad | \times 2 \quad 6x - 2y = 22.000 \\ -2x - y = -21.500 \quad | \times 3 \quad -6x - 3y = -64.500 \quad + \\ \hline -5y = -42.500 \\ y = 8.500 \end{array}$$

Jadi, harga 1 kg jambu Rp8.500,00

Jawaban B

68. Rina, Dani, Lia dan Ardi membeli buah di toko yang sama. Rina membeli 2 kg mangga, 2 kg salak, dan 3 kg duku seharga Rp71.000,00. Dani membeli 1 kg mangga, 4 kg salak, dan 2 kg duku seharga Rp66.000,00. Lia membeli 3 kg mangga dan 1 kg salak seharga Rp44.500,00. Jika Ardi membeli 1 kg mangga dan 1 kg duku, besar uang yang harus dibayarkan adalah ...
- Rp18.500,00
 - Rp20.500,00
 - Rp22.000,00
 - Rp27.000,00
 - Rp30.500,00

Pembahasan

Misalkan harga 1 kg mangga, salak, dan duku berturut-turut adalah x, y dan z

Rina membeli 2 kg mangga, 2 kg salak, dan 3 kg duku seharga Rp71.000,00 diperoleh persamaan

$$2x + 2y + 3z = 71.000 \quad \dots (1)$$

Dani membeli 1 kg mangga, 4 kg salak, dan 2 kg duku seharga Rp66.000,00 diperoleh persamaan

$$x + 4y + 2z = 66.000 \quad \dots (2)$$

Lia membeli 3 kg mangga dan 1 kg salak seharga Rp44.500,00 diperoleh persamaan

$$3x + y = 44.500 \quad \dots (3)$$

Karena yang akan ditentukan harganya adalah mangga dan duku maka yang pertama kita eliminasi adalah variabel yang menyatakan harga 1 kg salak yaitu variabel y

Eliminasi y dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r|l} 2x + 2y + 3z = 71.000 & \times 2 \\ x + 4y + 2z = 66.000 & \times 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4x + 4y + 6z = 142.000 \\ x + 4y + 2z = 66.000 \\ \hline 3x + 4z = 76.000 \end{array} \quad \dots (4)$$

Eliminasi y dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r|l} x + 4y + 2z = 66.000 & \times 1 \\ 3x + y = 44.500 & \times 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + 4y + 2z = 66.000 \\ 12x + 4y = 178.000 \\ \hline -11x + 2z = -112.000 \end{array} \quad \dots (5)$$

Eliminasi z dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r|l} 3x + 4z = 76.000 & \times 1 \\ -11x + 2z = -112.000 & \times 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x + 4z = 76.000 \\ -22x + 4z = -224.000 \\ \hline 25x = 300.000 \\ x = 12.000 \end{array}$$

Substitusi $x = 12.000$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{aligned} 3x + 4z &= 76.000 \\ \Leftrightarrow 3(12.000) + 4z &= 76.000 \\ \Leftrightarrow 36.000 + 4z &= 76.000 \\ \Leftrightarrow 4z &= 76.000 - 36.000 \\ \Leftrightarrow 4z &= 40.000 \\ \Leftrightarrow z &= 10.000 \end{aligned}$$

Nilai $x + z = 12.000 + 10.000 = 22.000$

Jadi, besar uang yang harus dibayarkan adalah Rp22.000,00

Jawaban C

69. Hadi, Yuda dan Toni menabung di bank. Jumlah uang tabungan yuda dan dua kali uang tabungan Toni, Rp150.000,00 lebih banyak dari uang tabungan Hadi. Jumlah uang tabungan Hadi dan Toni adalah Rp1.450.000,00. Jumlah uang tabungan mereka bertiga adalah Rp2.000.000,00. Jumlah uang Yuda dan Toni adalah
- Rp1.650.000,00
 - Rp1.450.000,00
 - Rp1.200.000,00
 - Rp900.000,00
 - Rp750.000,00

Pembahasan

Misalkan jumlah tabungan Hadi, Yuda dan Toni berturut-turut adalah h , y dan t

Jumlah uang tabungan yuda dan dua kali uang tabungan Toni, Rp150.000,00 lebih banyak dari uang tabungan Hadi

$$y + 2t - 150.000 = h \quad \dots (1)$$

Jumlah uang tabungan Hadi dan Toni adalah Rp1.450.000,00

$$h + t = 1.450.000 \quad \dots (2)$$

Jumlah uang tabungan mereka bertiga adalah Rp2.000.000,00

$$h + y + t = 2.000.000 \quad \dots (3)$$

Substitusi nilai $h + t = 1.450.000$ ke dalam persamaan (3)

$$h + y + t = 2.000.000$$

$$\Leftrightarrow 1.450.000 + y = 2.000.000$$

$$\Leftrightarrow y = 2.000.000 - 1.450.000$$

$$\Leftrightarrow y = 550.000$$

Substitusi $y = 550.000$ ke dalam persamaan (1)

$$y + 2t - 150.000 = h$$

$$\Leftrightarrow 550.000 + 2t - 150.000 = h$$

$$\Leftrightarrow 400.000 + 2t = h \quad \dots (4)$$

Substitusi h pada persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$h + t = 1.450.000$$

$$\Leftrightarrow (400.000 + 2t) + t = 1.450.000$$

$$\Leftrightarrow 400.000 + 3t = 1.450.000$$

$$\Leftrightarrow 3t = 1.450.000 - 400.000$$

$$\Leftrightarrow 3t = 1.050.000$$

$$\Leftrightarrow t = 350.000$$

$$\text{Sehingga } y + t = 550.000 + 350.000 = 900.000$$

Jadi, jumlah uang Yuda dan Toni adalah Rp900.000,00

Jawaban D

70. Harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 1 kg anggur adalah Rp70.000,00 . Harga 1 kg Mangga, 2 kg jeruk, dan 2 kg anggur adalah Rp90.000,00 . Jika harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 3 kg anggur Rp130.000,00. Maka harga 1 kg jeruk adalah
- Rp5.000,00
 - Rp7.500,00
 - Rp10.000,00
 - Rp12.000,00
 - Rp15.000,00

Pembahasan

Misalkan harga 1 kg mangga, jeruk dan anggur berturut-turut x , y dan z

Harga 2 kg mangga , 2 kg jeruk , dan 1 kg anggur adalah Rp.70.000,00

$$2x + 2y + z = 70.000 \dots (1)$$

Harga 1 kg mangga , 2 kg jeruk , dan 2 kg anggur adalah Rp.90.000,00

$$x + 2y + 2z = 90.000 \dots (2)$$

harga 2 kg mangga , 2 kg jeruk , dan 3 kg anggur Rp.130.000,00

$$2x + 2y + 3z = 130.000 \dots (3)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r|l} 2x + 2y + z = 70.000 & \times 1 \\ x + 2y + 2z = 90.000 & \times 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x + 2y + z = 70.000 \\ 2x + 4y + 4z = 180.000 \\ \hline -2y - 3z = -110.000 \\ 2y + 3z = 110.000 \end{array} \dots (4)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} 2x + 2y + z = 70.000 \\ 2x + 2y + 3z = 130.000 \\ \hline -2z = -60.000 \\ z = 30.000 \end{array}$$

Substitusi $z = 30.000$ ke dalam persamaan (4)

$$2y + 3z = 110.000$$

$$\Leftrightarrow 2y + 3(30.000) = 110.000$$

$$\Leftrightarrow 2y + 90.000 = 110.000$$

$$\Leftrightarrow 2y = 110.000 - 90.000$$

$$\Leftrightarrow 2y = 20.000$$

$$\Leftrightarrow y = 10.000$$

jadi harga jeruk 1 kg adalah Rp10.000,00

Jawaban C

REFERENSI

1. Judul Buku: PR Matematika Untuk SMA/MA Kelas X semester 1. Penulis: Ngapiningsih, Anna Yuni Astuti, Miyanto. Penerbit: Intan Pariwara. Tahun: 2019
2. Judul Buku: Matematika Untuk Siswa SMA-MA/SMK-MAK Kelas X. Penulis: Marthen Kanginan. Penerbit: Srikandi Empat. Tahun: 2016
3. Judul Buku: ESPS Matematika untuk SMA/MA Kelas X Kelompok Wajib. Penulis: Wono Etya Budhi, Untung Widodo. Penerbit: Erlangga. Tahun: 2018
4. Judul Buku: Mandiri Matematika Jilid 1 untuk SMA/MA Kelas X Kelompok Wajib. Penulis: Untung Widodo. Penerbit: Erlangga. Tahun: 2017
5. Judul Buku: Matematika Jilid 1A untuk SMA/MA Kelas X Kelompok Wajib. Penulis: Sukino. Penerbit: Erlangga. Tahun: 2016
6. Judul Buku: Seribu Pena Matematika Jilid 1 untuk SMA/MA Kelas X. Penulis: Husain Tampomas. Penerbit: Erlangga. Tahun: 2007
7. Judul Buku: Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas X Edisi revisi 2017. Penulis: Barnok Sinaga, dkk. Penerbit: kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. Tahun: 2017

Dipersilakan bagi yang ingin memperbanyak tulisan ini untuk keperluan pendidikan, bukan untuk diperjualbelikan.

Kritik dan saran: arifsman12@gmail.com
HP/WA: 0852-5518-3435

* 25 September 2020*